

Construction d'abaques numériques pour des calculs en temps-réel : application au procédé de soudage

Y. Lu^{1,2}, N. Blal¹, A. Gravouil¹

¹LaMCoS, INSA Lyon, Université de Lyon, France, {ye.lu, nawfal.blal, anthony.gravouil}@insa-lyon.fr

²Chaire Areva-Safran, INSA Lyon, France

Résumé — Nous proposons dans cette étude une nouvelle stratégie pour la construction d'abaques numériques dédiés à la simulation numérique du soudage sur la base d'une approche *a posteriori*. La méthode HOPGD (higher-order proper generalized decomposition) est utilisée pour chercher une représentation des solutions à variables séparées. Les snapshots sont calculés offline et choisis par une méthode multi-grilles dans l'espace de paramètres. Les abaques construits donnent des solutions 4D (espace-temps) du problème de soudage aux utilisateurs en temps réel.

Mots clefs — Abaque numérique, soudage, HOPGD, multi-grilles

1. Instruction

Le recours à des simulations numériques, en temps-réel, pour l'étude de l'influence des paramètres d'entrée (matériau, chargement, conditions aux limites, géométrie, etc.) sur les différentes quantités d'intérêt en soudage (contraintes résiduelles, distorsion, etc.) s'avère trop long et coûteux vu l'aspect multiparamétrique de ces simulations. Pour explorer des espaces paramétriques de grandes dimensions, avec des calculs moins coûteux, il paraît opportun d'utiliser des approches de type techniques de réduction de modèle (e.g. [1]).

Les méthodes *a priori* de type PGD [2] sont basées sur la séparation des variables : les paramètres d'entrée sont considérés comme extra-coordonnées de solutions. Les modes séparés associés à ces paramètres sont calculés offline en résolvant les équations d'équilibre. Les solutions paramétriques constituent alors un abaque numérique [3] qui permet aux utilisateurs de trouver, en temps réel, la solution pour une valeur quelconque d'un paramètre d'entrée. Une série d'abaques numériques a été développée pour différents problèmes dans la science et l'ingénierie tels que contrôle thermique des Fours [4], optimisation de forme [3,5], chirurgie computationnelle [6]. Cependant ce type d'approches est souvent intrusif.

Nous proposons donc dans cette étude d'utiliser la méthode HOPGD ('higher-order PGD') [7] d'une façon *a posteriori* pour construire les abaques numériques pour le procédé de soudage. Les snapshots sont pré-calculés avec la méthode des éléments finis (EF) standards et les modes de paramètres sont ensuite construits offline avec la HOPGD. Cette approche n'est donc pas intrusive. Une méthode de relaxation ('Aitken's delta-squared') est mise en place pour accélérer la procédure itérative dans HOPGD (pour la construction des modes séparés). Afin de garantir la qualité des solutions paramétriques et éviter une génération exhaustive des snapshots dans l'espace de paramètres, une méthode multi-grilles est proposée pour choisir les snapshots adéquats. Les abaques construits peuvent donner une réponse de solutions 4D (espace-temps) en temps réel et être utilisés online par les ingénieurs pour l'optimisation ou l'identification inverse du procédé de soudage.

2. Séparation des variables

2.1 HOPGD

La méthode HOPGD [7] permet d'obtenir une approximation avec des modes séparables des

fonctions connues. Etant donnée une fonction multidimensionnelle $f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_d)$ avec les coordonnées $\mu_{i=1,d}$ (qui peuvent être l'espace, le temps ou les paramètres de contrôle), HOPGD cherche une approximation séparée de la fonction originale, qui s'écrit sous la forme :

$$f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_d) \approx f^n(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_d) = \sum_{m=1}^n F_1^m(\mu_1) F_2^m(\mu_2) \cdots F_d^m(\mu_d) \quad (1)$$

où n est l'ordre de l'approximation qui est déterminé selon l'erreur donnée. Les fonctions $F_{i=1,d}$ sont déterminées par une projection J_2 qui consiste à chercher $f^n \in V_n \subset L_2(\Omega)$ telle que :

$$\min_{f^n} J(f^n) := \frac{1}{2} \|f^n - f\|_{L_2(\Omega)}^2 \quad (2)$$

avec Ω le domaine dans lequel la fonction $f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_d)$ est définie.

Ce problème de minimisation peut être résolu par un algorithme de glouton avec une stratégie du point fixe alternative [7]. Il est montré que les méthodes HOPGD et SVD sont équivalentes dans le cas de deux paramètres.

Dans notre étude, la HOPGD a été utilisée pour trouver une représentation séparée des variables d'état. Les paramètres du problème (matériau, chargement, etc.) sont considérés comme les coordonnées de la solution et discrétisés dans l'espace de paramètres. Une fois que les fonctions de paramètres sont explicitement construites, le fait de varier les paramètres va nous permettre de connaître toute les solutions paramétriques dans l'espace considérée sans repasser par un calcul EF complet.

2.2 Méthode de relaxation

La construction des fonctions associées aux modes séparés ($F_{i=1,d}$) est basée sur un schéma itératif. Pour accélérer l'algorithme de leur construction, on utilise une méthode de relaxation permettant de diminuer d'un facteur 2 le temps de calcul offline.

Considérons ainsi une série convergente $F^{(k)}$ satisfaisant $F^{(k+1)} = g(F^{(k)})$, la méthode de relaxation [8] est basée sur la réactualisation :

$$\tilde{F}^{(k+1)} = g(F^{(k)}) \quad (3)$$

$$F^{(k+1)} = w^{(k)} \tilde{F}^{(k+1)} + (1 - w^{(k)}) F^{(k)} \quad (4)$$

où w est appelé le coefficient de relaxation. Avec un bon choix de ce paramètre, la convergence de la série courante peut être améliorée par les étapes précédentes sans perturber la stabilité de procédure. Une possibilité pour calculer le coefficient est la méthode 'Aitken's delta-squared' [8] qui s'écrit comme suivant :

$$w^{(k)} = -w^{(k-1)} \frac{\delta_k^T (\delta_{k+1} - \delta_k)}{\|\delta_{k+1} - \delta_k\|^2} \quad (5)$$

avec $\delta_{k+1} = \tilde{F}^{(k+1)} - \tilde{F}^{(k)}$.

L'implémentation de cette méthode a pu accélérer la convergence de HOPGD. Figure 1 montre un

exemple de HOPGD pour une matrice 3D. Comparée avec l'algorithme original de HOPGD, la méthode de relaxation apporte une vitesse de convergence deux fois plus rapide.

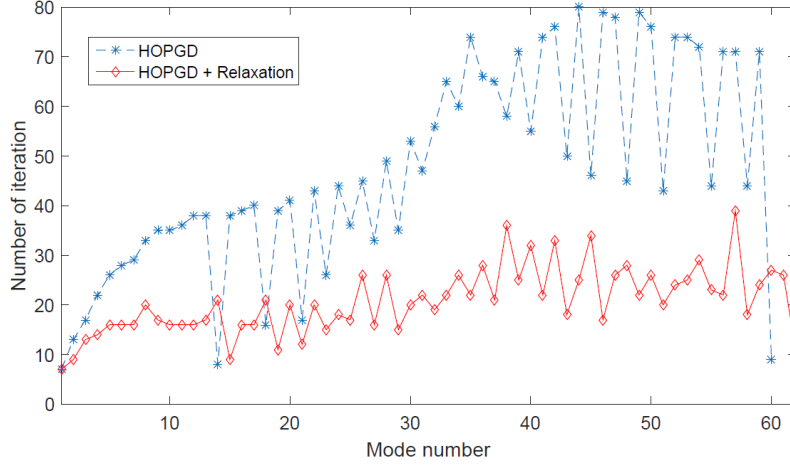


Figure 1 – Nombre d'itération pour construire une approximation HOPGD avec 3 paramètres

3. Abaques numériques pour des études paramétriques du soudage

3.1. Formulation du problème

Le procédé de soudage est considéré comme un problème thermo-élasto-plastique découplé avec une source de chaleur mobile. Considérons une base mobile associée à la source de chaleur, le problème thermique transitoire peut être modélisé par :

$$\operatorname{div}(-\mathbf{k} \cdot \nabla \theta(\mathbf{x}, t)) + \rho C \mathbf{v} \cdot \nabla \theta(\mathbf{x}, t) = r(\mathbf{x}, t) \quad \text{dans le volume de contrôle } \tilde{\Omega} \quad (6)$$

avec les conditions initiales et les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{q}(\mathbf{x}, t) = \bar{\mathbf{q}}(\mathbf{x}, t) & \text{sur la surface } \partial\tilde{\Omega}^q \\ \theta(\mathbf{x}, t) = \bar{\theta}(\mathbf{x}, t) & \text{sur la surface } \partial\tilde{\Omega}^\theta \\ \theta(\mathbf{x}, t=0) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

où θ et \mathbf{q} désignent la température et le flux de chaleur respectivement avec la relation définie par la loi de Fourier $\mathbf{q} = -\mathbf{k} \cdot \nabla \theta$. r est le flux de chaleur interne. ρ , C et \mathbf{v} sont les paramètres du problème (masse volumique, capacité thermique et vitesse de source). Remarquons que cette description est basée sur l'hypothèse de l'état stationnaire qui est souvent le cas de soudage [9, 10, 11].

Le problème mécanique peut se traduire par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X}, t) + \mathbf{f}(\mathbf{X}, t) = 0 & \text{dans le domaine } \Omega \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X}, t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{X}, t) = \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{X}, t) & \text{sur la surface } \partial\Omega^F \\ \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{X}, t) & \text{sur la surface } \partial\Omega^u \end{cases} \quad (8)$$

où $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} : \boldsymbol{\varepsilon}_e = \mathbf{D} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p - \boldsymbol{\varepsilon}_\theta)$ avec $\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla_s \mathbf{u}$. \mathbf{D} désigne le tenseur d'élasticité d'ordre 4, la déformation thermique est $\boldsymbol{\varepsilon}_\theta = \alpha \theta \mathbf{I}$, où \mathbf{I} désigne le tenseur d'identité d'ordre 2 et α est le coefficient de dilatation thermique.

La loi d'évolution plastique avec un écrouissage isotrope est considérée pour ce problème :

$$\begin{cases} f(\boldsymbol{\sigma}, p) = \|\boldsymbol{\sigma}_d\| - \sigma_y - R(p) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = H(f) \frac{\langle \boldsymbol{\sigma}_d : \dot{\boldsymbol{\sigma}}_d \rangle}{RR'} \frac{\boldsymbol{\sigma}_d}{\|\boldsymbol{\sigma}_d\|} \end{cases} \quad (9)$$

où σ_y désigne la limite élastique, H la fonction de Heaviside, $\boldsymbol{\sigma}_d$ le déviateur de contrainte, et p la déformation plastique cumulée.

L'ensemble de ces équations d'équilibre nonlinéaires est résolu par EF avec un schéma de Newton-Raphson implicite.

3.2. Raffinement multi-grilles pour la sélection des snapshots

Il est évident qu'une génération exhaustive de snapshots en parcourant tout l'espace de paramètres pour construire des fonctions de paramètres de haute-fidélité est impossible. Une méthode multi-grilles est proposée pour l'échantillonnage de l'espace de paramètres.

Plus simplement, on se limite au cas de deux paramètres μ et ξ . Considérons un domaine bidimensionnel D , nous commençons par la grille grossière au premier niveau, donné par les 4 snapshots associés aux quatre coins de l'espace des paramètres. Un indicateur de l'erreur est alors calculé au point situé dans le centre de la grille courante. La grille est raffinée lorsque l'erreur est supérieure à une valeur critique, en ajoutant les snapshots. Et puis les raffinements locaux sont effectués consécutivement jusqu'à ce que l'erreur atteigne la précision prescrite pour chaque sous-domaine (Figure 2).

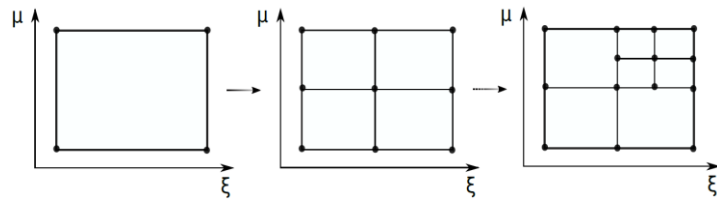


Figure 2 – Raffinements consécutives dans une espace bidimensionnelle

Notons que l'indicateur de l'erreur est défini pour les quantités d'intérêt. Dans le cas de soudage, seules les quantités à l'instant final t_m sont considérées, un exemple de l'indicateur s'écrit donc:

$$e(U) = \frac{\|U_{HOPGD}(t_m) - U_{HFM}(t_m)\|_2}{\|U_{HFM}(t_m)\|_2} \quad (10)$$

où U_{HOPGD} et U_{HFM} désignent les solutions données par HOPGD et le modèle de haute-fidélité respectivement. Ici seule l'erreur de réduction de modèle est prise en compte.

3.3. Exemple d'abaque

Avec la méthode HOPGD et la méthode multi-grilles, un abaque dédié aux études paramétriques du problème de soudage a été construit. Le modèle thermo-élasto-plastique avec une source mobile est résolu par la méthode des EF pour la construction des snapshots de la grille raffinée. Les mémoires nécessaires pour stocker les snapshots sont très limités pour une erreur donnée ($< 6\%$). L'abaque illustré dans la Figure 3 permet de retrouver la solution espace-temps d'une simulation thermomécanique d'un problème non-linéaire avec une source de chaleur mobile. Les paramètres d'entrée sont le coefficient de chaleur spécifique, la dilatation thermique et la limite d'élasticité. On note que l'utilisation de cet abaque permet d'obtenir la solution en temps réel ($< 1s$) alors qu'une simulation EF complet nécessite 7h pour le même calcul.

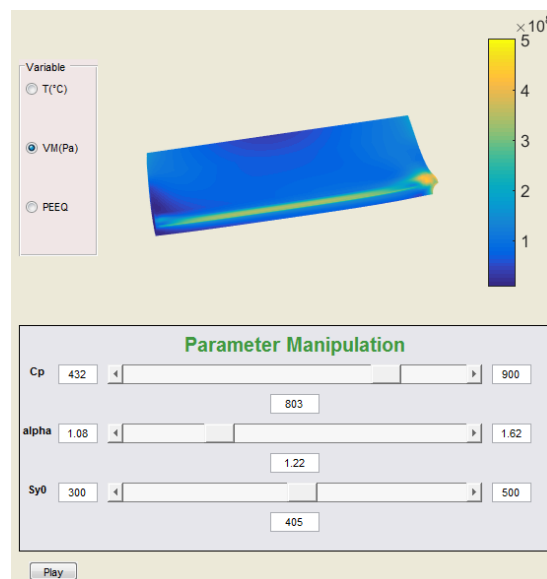


Figure 3 – Abaque numérique 4D (espace-temps) de la réponse thermomécanique d'une source mobile

Références

- [1] S. Niroomandi, I. Alfaro, E. Cueto, F. Chinesta, Real-time deformable models of non-linear tissues by model reduction techniques *Comput. Methods Progr. Biomed.* 223–231, 91 (2008).
- [2] F. Chinesta, P. Ladeveze, E. Cueto, A short review on model order reduction based on proper generalized decomposition, *Archives of Computational Methods in Engineering* 395-404, 18 (4) (2011).
- [3] F. Chinesta, A. Leygue, F. Bordeu, J. Aguado, E. Cueto, D. Gonzalez, I. Alfaro, A. Ammar, A. Huerta, Pgd-based computational vademecum for efficient design, optimization and control, *Archives of Computational Methods in Engineering* 31-59, 20 (1) (2013).
- [4] C. Ghnatios, F. Masson, A. Huerta, A. Leygue, E. Cueto, F. Chinesta, Proper generalized decomposition based dynamic data-driven control of thermal processes, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 213 (2012) 29–41.

- [5] A. Courard, D. Néron, P. Ladeveze, P. Andolfatto, A. Bergerot, Virtual charts for shape optimization of structures, in: 2nd ECCOMAS Young Investigators Conference (YIC 2013), 2013.
- [6] D. Gonzalez, I. Alfaro, C. Quesada, E. Cueto, F. Chinesta, Computational vademecums for the real-time simulation of haptic collision between nonlinear solids, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 283(2015) 210–223.
- [7] D. Modesto, S. Zlotnik, A. Huerta, Proper generalized decomposition for parameterized helmholtz problems in heterogeneous and unbounded domains: Application to harbor agitation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 295 (2015) 127–149.
- [8] M. DUVAL, Apports du couplage non-intrusif en mécanique non-linéaire des structures. Thèse de doctorat. Université Paul Sabatier-Toulouse III, 2016.
- [9] S. M. Rajadhyaksha, P. Michaleris, Optimization of thermal processes using an eulerian formulation and application in laser surface hardening, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 47 (11) (2000)1807–1823.
- [10] Y. Zhang, A. Combescure, A. Gravouil, Efficient hyper-reduced-order model (HROM) for thermal analysis in the moving frame. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* (2016).
- [11] D. Canales, A. Leygue, F. Chinesta, D. Gonzalez, E. Cueto, E. Feulvarch, J.-M. Bergheau, A. Huerta, Vademecum-based gfem (v-gfem): optimal enrichment for transient problems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*.