

# Sur la simulation de l'initiation et de la propagation de fissures en milieux hétérogènes par la méthode des éléments discrets

W. Leclerc<sup>1</sup>, H. Haddad<sup>2</sup>, M. Guessasma<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LTI, Université de Picardie Jules Verne, {willy.leclerc,mohamed.guessasma}@u-picardie.fr

<sup>2</sup> I2M, Université de Bordeaux I, hamza.haddad@u-bordeaux1.fr

---

**Résumé** — La présente contribution vise à étudier la capacité de la Méthode des Eléments Discrets (MED) à simuler l'initiation et la propagation de fissures en milieu hétérogène. Nous considérons le modèle de poutre cohésive lequel modélise de manière naturelle des motifs de rupture complexes. Dans une première approche, nous étudions le cas d'un test d'indentation en milieu homogène puis nous considérons le cas de matériaux composites renforcés en fibres lesquels sont modélisés à l'aide de modèles 2D prenant en compte une rupture fragile de la matrice ainsi que des effets de décohésion interfacielle.

**Mots clés** — méthode des éléments discrets, fissuration, matériaux composites.

---

## 1 Introduction

La littérature fournit un ensemble d'approches numériques permettant de répondre à la problématique de la simulation de l'initiation et de la propagation de fissures. Ainsi, si des méthodes sans maillage existe pour considérer ce type de problème [1], la plupart d'entre elles se basent sur la Méthode des Eléments Finis (MEF). Parmi ces approches, le Modèle Discret de Zone d'Endommagement (MDZE) [2] utilise un motif de représentation "inter-élémentaire" au sens d'une propagation entre les éléments du maillage. La Méthode des Eléments Finis Etendus (XFEM) a été développée afin de résoudre les difficultés liées au remaillage au cours du temps afin de permettre la modélisation de motifs complexes de fissuration. Il existe cependant une autre classe de méthodes basées sur une description granulaire du milieu. Parmi ces approches, la MED est un outil idéal pour résoudre des problèmes mécaniques où plusieurs échelles et des discontinuités interviennent. Ainsi, sans être exhaustif, la MED a été développée pour simuler des problèmes tribologiques [3], la décharge d'un silo [4] ou encore le chargement d'un système de roulement [5]. En outre, la MED a également été utilisée afin de simuler l'initiation et la propagation de fissures [6]. Dans ce domaine, le plus important défi a été de développer un modèle numérique capable de rendre compte quantitativement du comportement mécanique multi-échelle. Ainsi, il a été établi que le modèle de poutre cohésive [7] est plus adapté à modéliser un milieu continu et son endommagement au cours du temps qu'un modèle ressort classique. Différents travaux récents ont également mis en avant sa capacité à simuler le comportement mécanique de milieux hétérogènes [8, 9]

Dans la présente contribution, notre objectif est d'étudier la capacité du modèle de poutre cohésive à simuler l'initiation et la propagation de fissures en milieu hétérogène. Nous considérons le modèle de rupture introduit par André et al. [10] lequel consiste à supprimer un Elément Discret (ED) ayant atteint une valeur de contrainte limite. Nous nous limitons à considérer la rupture de matériaux fragiles sous un mode de propagation de type I et considérons un critère de rupture basé sur la contrainte hydrostatique. La décohésion interfacielle est introduite par le biais du MDZE. Dans un premier temps, nous considérons le cas d'un test d'indentation en milieu homogène afin de vérifier la capacité du modèle poutre à modéliser le cône de Hertz typique de ce type de chargement. Dans un second temps, nous étudions le cas de matériaux composites. Deux modèles sont considérés : un modèle composé d'une fibre métallique noyée dans une matrice en alumine et le cas d'un réseau de fibres métalliques alignées et aléatoirement dispersées également noyées dans une matrice en alumine. Dans chaque configuration, des tests de traction sont réalisés et la partie positive de la contrainte hydrostatique est observée avant, pendant et après l'initiation de fissures. Nous tenons à préciser que seule la rupture fragile de la matrice est considérée et que les fibres sont supposées ne pas s'endommager.

## 2 Méthode des éléments discrets cohésifs (MEDC)

### 2.1 Milieu équivalent continu (MEC)

La MEDC se base sur la discrétisation d'un milieu continu par un empilement granulaire composé de disques en contact ponctuel en 2D. Dans la présente contribution, les empilements sont générés par l'algorithme de Lubachevsky-Stillinger [11] qui permet un contrôle précis des paramètres intrinsèques de l'empilement à savoir la compacité, le nombre de coordination et la polydispersité. Lorsque l'empilement respecte les hypothèses du concept de "Random Close Packing" (RCP) [12], nous le désignons comme un MEC au sens que le milieu granulaire est représentatif du milieu continu. Ainsi, la compacité du système est fixée à 0,85, le nombre de coordination à 4,5 et une légère polydispersité basée sur un modèle gaussien avec un coefficient de variation de 0,3 est introduite afin d'éviter d'éventuels effets directionnels et ainsi assurer l'isotropie du système. Le réseau de contacts est finalement densifié par une triangulation de Delaunay appliquée localement là où l'empilement granulaire présente des défauts ou des zones de vide, ces positions étant préalablement détectées par une méthode d'étiquetage spécifique (voir Figure 1). Une fois le réseau densifié, le nombre de coordination passe de 4,5 à environ 5,9 et environ 10% de nouveaux contacts sont générés.

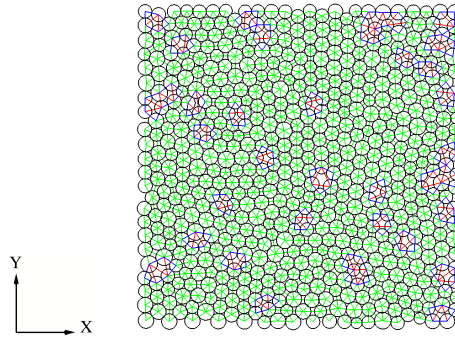


FIGURE 1 – Exemple d'empilement granulaire composé de 500 particules. Les liens appartenant à deux triangles sont illustrés en vert, les liens appartenant à un triangle sont illustrés en bleu et ceux ajoutés par triangulation sont illustrés en rouge

### 2.2 Modèle poutre

Nous considérons le modèle poutre introduit par Haddad et al. [9] en 2D. Dans cette approche, le milieu continu est modélisé par un milieu granulaire équivalent et la cohésion est introduite entre deux particules via un élément poutre. Le lien cohésif entre deux particules est modélisé par un élément poutre dont les paramètres intrinsèques sont la longueur  $L_\mu$ , le module de Young  $E_\mu$ , la section  $A_\mu$  et le moment quadratique  $I_\mu$ . Chaque lien cohésif est contrôlé par un vecteur de force interne exprimé par le système suivant :

$$\begin{bmatrix} F_n^{j \rightarrow i} \\ F_t^{j \rightarrow i} \\ M^{j \rightarrow i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_t & \frac{K_t L_\mu}{2} & \frac{K_t L_\mu}{2} \\ 0 & \frac{K_t L_\mu}{2} & \frac{K_t L_\mu^2}{3} & \frac{K_t L_\mu^2}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n^i - u_n^j \\ u_t^i - u_t^j \\ \theta_i \\ \theta_j \end{bmatrix} \quad (1)$$

où  $\theta_i$  et  $\theta_j$  sont respectivement les rotations des particules  $i$  et  $j$ .  $u_n^{i,j}$  et  $u_t^{i,j}$  sont respectivement les déplacements normaux et tangentiels.  $K_n$  et  $K_t$  sont les paramètres normaux et tangentiels respectivement donnés par :

$$K_n = \frac{E_\mu A_\mu}{L_\mu} \quad (2)$$

$$K_t = \frac{12 E_\mu I_\mu}{L_\mu^3} \quad (3)$$

La section droite  $A_\mu$  est rectangulaire de côté  $e$  et  $h$ , où  $h$  dépend des rayons des particules en interaction  $R_i$  et  $R_j$  et d'un paramètre strictement positif  $r_\mu = \frac{2h}{R_i+R_j}$ . Enfin, le mouvement d'une particule  $i$  est obtenu à partir des forces internes de cohésion et la résolution numérique est réalisée par un schéma temporel explicite basé sur le schéma de Verlet.

### 2.3 Calibration du système

Au contraire de la MEF pour laquelle les propriétés locales à l'échelle de l'élément sont identiques aux propriétés macroscopiques pour un milieu homogène, les propriétés locales de l'élément poutre ( $E_\mu, r_\mu$ ) doivent être corrélées aux propriétés mécaniques macroscopiques [9]. Dans le cas d'un milieu élastique linéaire isotrope, le comportement mécanique dépend uniquement de deux paramètres indépendants (le module de Young  $E_M$  et le coefficient de Poisson  $\nu_M$ ) pouvant être identifiés par deux tests quasi-statiques : un test de traction et un test de cisaillement simple pour une paire de paramètres microscopiques ( $E_\mu, r_\mu$ ) donnée. Afin de choisir les coefficients microscopiques correspondant à un comportement mécanique macroscopique recherché, des abaques ont été générés pour un large intervalle de paramètres microscopiques ( $E_\mu \in [2\text{GPa}, 1000\text{GPa}]$ ,  $r_\mu \in [0.1, 0.9]$ , voir Figure 2).

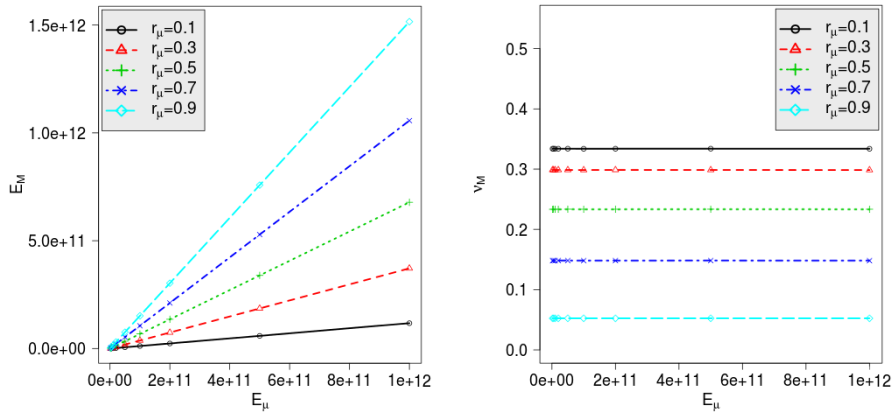


FIGURE 2 – Influence de  $E_\mu$  et  $r_\mu$  sur (a)  $E_M$  et (b)  $\nu_M$

## 3 Critère de rupture et modèle de décohésion interfacielle

### 3.1 Tenseur des contraintes

Le tenseur des contraintes est déterminé au sein du MEC à l'aide de la formulation de Zhou [13] laquelle relie le tenseur des contraintes équivalentes  $\sigma_i$  associé à une particule  $i$  aux forces internes de cohésion (voir Equation 4).

$$\sigma_i = \frac{1}{2\Omega_i} \sum_{j \in Z_i} f_{ij} d_{ij} \quad (4)$$

où  $f_{ij}$  est le vecteur des forces de cohésion appliquées à la particule  $i$  par la particule  $j$ ,  $d_{ij}$  est le vecteur des positions relatives entre les deux particules  $i$  et  $j$  et  $Z_i$  est l'ensemble des particules connectées à la particule  $i$ .  $\Omega_i$  est la surface de représentation de la particule  $i$  laquelle est approximée par la relation 5 afin de combler le vide interstitiel entre les particules de l'empilement granulaire :

$$\Omega_i = \frac{A_i}{\phi} \quad (5)$$

où  $A_i$  est la surface réelle de la particule  $i$  et  $\phi$  est la compacité surfacique du système granulaire ici fixée à 0,85 afin de respecter les hypothèses du RCP.

### 3.2 Critère de rupture

La rupture du MEC est modélisée via un concept déjà utilisé par André et al. [10] lequel consiste à supprimer une particule supposée ejectée lorsqu'un critère basé sur la contrainte de Zhou est atteint.

Dans la présente contribution, nous supposons une rupture fragile avec un mode de propagation de type I de sorte que la rupture se produise lorsque la contrainte hydrostatique est supérieure à un seuil donné de contraintes  $\sigma_{lim}$  (voir Equation 6).

$$Tr(\sigma_i) = 2\sigma_{lim} \quad (6)$$

En pratique, le champ de contraintes hydrostatiques est estimé à l'échelle de la particule  $i$ . Lorsque le critère de rupture est atteint, les liens cohésifs entre la particule  $i$  et chaque particule appartenant à l'ensemble  $Z_i$  sont supprimés et la particule est supposée éjectée de sorte qu'elle n'interagisse plus avec le système granulaire.

### 3.3 Décohésion interfacielle

La décohésion interfacielle intervenant à l'interface  $\Gamma$  entre deux phases d'un milieu hétérogène est pris en compte à l'aide du MDZE. Durant une simulation par la MED, certains liens se créent entre deux particules appartenant à deux phases différentes à travers l'interface  $\Gamma$ . L'idée consiste à remplacer l'élément poutre décrivant ce lien par un élément d'interface introduit sous forme de ressort de rigidité normale  $K_n^\Gamma$ . Dans ce modèle, la force de cohésion normale  $F_n^\Gamma$  est reliée au déplacement normal de l'élément ressort  $u_n^\Gamma$  de sorte que  $F_n^\Gamma = K_n^\Gamma u_n^\Gamma$ . Deux régimes sont considérés : un mode de chargement linéaire élastique et un adoucissement exponentiel. Dans le premier régime, lorsque  $u_n^\Gamma < u_n^{\Gamma,c}$  où  $u_n^{\Gamma,c}$  est le déplacement critique,  $K_n^\Gamma$  est supposée constante égale à  $K_n^{\Gamma,0}$ . Dans le second régime, lorsque  $u_n^\Gamma \geq u_n^{\Gamma,c}$ ,  $K_n^\Gamma$  dépend explicitement de  $u_n^\Gamma$  et  $u_n^{\Gamma,c}$  selon une décroissance exponentielle de sorte que  $K_n^\Gamma$  tend vers 0 pour de grands déplacements. D'un point de vue pratique,  $K_n^\Gamma$  dépend seulement de deux paramètres indépendants, à savoir la rigidité linéaire  $K_n^{\Gamma,0}$  et le déplacement critique  $u_n^{\Gamma,c}$  lequel est a priori inconnu. Cependant, ce dernier peut être estimé via la contrainte limite à l'interface  $\sigma_{lim}^\Gamma$  à l'aide de la relation 7 :

$$u_n^{\Gamma,c} = \frac{\sigma_{lim}^\Gamma A_\Gamma}{K_n^{\Gamma,0}} \quad (7)$$

où  $A_\Gamma$  est l'aire associée à l'élément ressort laquelle est choisie égale à  $A_\mu$ .

## 4 Test d'indentation en milieu homogène

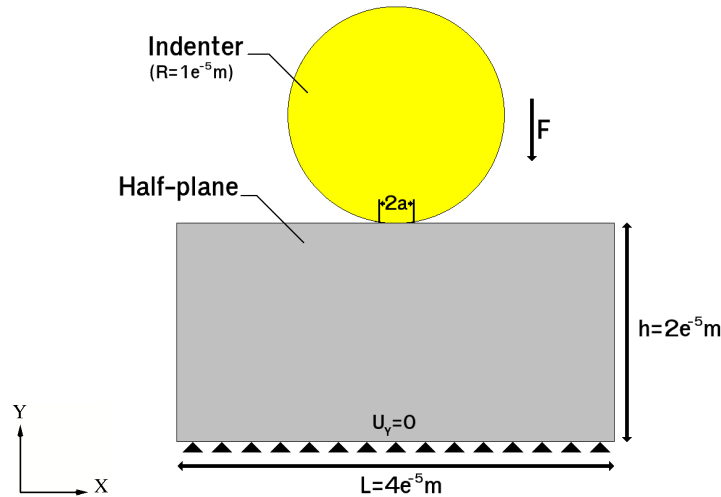


FIGURE 3 – Modèle de test d'indentation

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la validation du critère de rupture en milieu homogène. Dans ce but, nous considérons la simulation 2D d'un test d'indentation en nous basant sur les travaux de André et al. [10] réalisés eux en 3D. L'objectif de cette étude est de vérifier que le critère considéré permet de retrouver quantitativement les caractéristiques géométriques du cône de Hertz associé au test d'indentation 2D. La Figure 3 illustre le modèle 2D utilisé dans la présente étude. Un indenteur en diamant de forme cylindrique est modélisé par un unique ED de rayon  $R=10 \mu\text{m}$  en contact avec

un échantillon de silice parallélépipédique de longueur  $L=40 \mu\text{m}$ , de côté  $h=20 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $b=40 \mu\text{m}$ . Le déplacement dans la direction  $y$  est imposé à 0 sur la face du bas de l'échantillon et la gravité est négligée. Les propriétés mécaniques des deux matériaux considérés sont donnés dans le Tableau 1. Durant la réalisation du test, plusieurs particules associées à la silice sont mises en contact avec l'inden-

Matériau	Diamant	Silice
Module de Young (GPa)	1050	72,5
Coefficient de Poisson	0,1	0,17
Densité ( $\text{kg/m}^3$ )	3500	2300
$\sigma_{lim}$ (MPa)	$\infty$	50

TABLE 1 – Propriétés des matériaux

teur. Ces contacts élémentaires sont régis par la loi de contact de Hertz laquelle fournit une formulation de la rigidité normale  $K_n^c$ . Cependant, à cause de la très large différence d'échelle entre l'indenteur et les particules associées à la silice, cette expression mène à une très faible rigidité laquelle résulte en de très larges déformations et interpénétrations. C'est pourquoi, nous avons préféré calibrer  $K_n^c$  afin d'assurer que le contact à l'échelle macroscopique entre l'indenteur et l'échantillon vérifie la théorie de Hertz. D'un point de vue pratique, des tests préalables ont été réalisés pour une large plage de valeurs de  $K_n^c$  afin de faire correspondre l'interpénétration donnée par le modèle numérique à la valeur donnée par la théorie de Hertz. Dans un premier temps, une charge de 100mN est appliquée à l'indenteur dans la direction  $y$  à l'aide d'une rampe linéaire de 200.000 pas de temps avec un pas de temps fixé à  $1,4e^{-12}$ s. L'échantillon de silice est discrétisé par un empilement granulaire composé de 15.000 particules et 44.000 liens. Nous tenons à préciser que dans le présent cas d'étude aucune fissure n'est initiée et que seules les contraintes sont étudiées. La Figure 4a illustre la partie positive de la contrainte hydrostatique au sein de l'échantillon. Nous pouvons observer que des pics de contraintes apparaissent des deux côtés de l'indenteur avec une valeur maximale de 32,7 MPa laquelle est inférieure à la contrainte limite de 50 MPa. Dans un

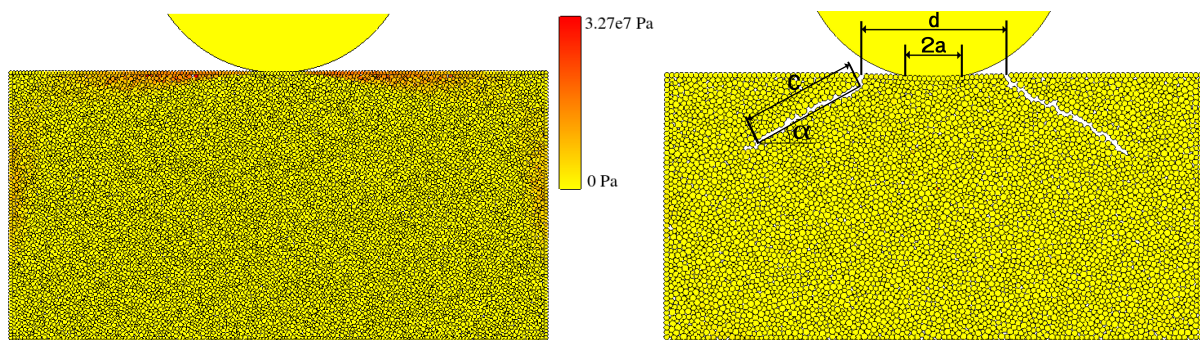


FIGURE 4 – (a) Contrainte hydrostatique avant initiation de fissures et (b) Motif de fissuration au sein de l'échantillon

second temps, une vitesse  $v=0,3\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  est imposée à l'indenteur. L'objectif est d'étudier l'initiation et la propagation au sein de l'échantillon de silice en fonction de la force de réaction. L'échantillon est discrétisé par un empilement composé de 6.600 particules et 19.500 liens et le pas de temps est fixé à  $2,1e^{-12}$ s. La réaction est estimée en sommant les contributions de l'ensemble des ED en contact avec l'indenteur. Les résultats montrent l'initiation de deux fissures, une de chaque côté de l'indenteur pour une force de réaction de 270mN. Les fissures se propagent ensuite obliquement jusqu'à une force de 285mN pour une durée totale de  $2,1e^{-8}$ s. La Figure 4b illustre le motif final de fissuration au sein de l'échantillon. Nous pouvons observer une géométrie conique dont les paramètres sont les suivants :

- l'angle du cône :  $\alpha = 28,6^\circ/31,4^\circ$
- la longueur de fissuration :  $c=8,7\mu\text{m}/9,4\mu\text{m}$
- la largeur du cône :  $d=10,9\mu\text{m}$
- la demi-largeur de contact :  $a=2,3\mu\text{m}$

L'ensemble de ces paramètres ainsi que la force de réaction sont assez proches des résultats numériques et expérimentaux donnés par André et al [10] pour la même configuration de matériau et de géométrie.

## 5 Application à des milieux hétérogènes

### 5.1 Cas d'une fibre solitaire noyée dans une matrice

Nous considérons le cas d'une fibre métallique noyée dans une matrice constituée d'alumine au comportement fragile. Le milieu hétérogène est modélisé par un motif carré 2D de longueur  $L=0,1\text{m}$  constitué d'une inclusion centrée de rayon  $L/4$ . Le MEC s'appuie sur un empilement granulaire dont le nombre de particules est fixé à 8000 selon les études réalisées par [9] et al. Parmi le total de 2320 liens, environ 140 connectent une particule appartenant à la phase matricielle et une seconde appartenant à la fibre, ces liens sont associés à l'interface  $\Gamma$  entre la fibre et la matrice. Le tableau 2 fournit les propriétés des deux phases lesquelles suivent une loi de comportement élastique linéaire. La contrainte limite du métal est supposée infinie de sorte que la fibre ne s'endommage pas alors que la rupture au sein de la matrice est régie par le critère de rupture décrit dans le paragraphe 3 en nous basant sur la contrainte hydrostatique évaluée à l'échelle de la particule. La décohésion interfacielle est modélisée par le MDZE et est introduite au niveau des 140 liens associés à l'interface  $\Gamma$ . En d'autres termes, ces derniers liens sont modélisés par un élément ressort de rigidité normale  $K_n^{\Gamma,0}$  égale à la moyenne géométrique des rigidités  $K_n^f$  and  $K_n^m$  associées aux éléments poutre de la fibre et de la matrice respectivement. Dans un premier

Matériau	Alumine	Métal
Module de Young (GPa)	350	70
Coefficient de Poisson	0,25	0,3
Densité ( $\text{kg/m}^3$ )	3900	2700
$\sigma_{lim}$ (MPa)	200	$\infty$

TABLE 2 – Propriétés des phases

temps, un déplacement en traction de  $12\mu\text{m}$  est imposé sur les deux bords latéraux du motif représentatif dans la direction  $x$ . Dans cette configuration, les contraintes restent inférieures aux valeurs limites et aucun phénomène d'endommagement et de décohésion ne se produit dans la matrice. Des simulations sont réalisées à la fois par la MEDC à l'aide d'un pas de temps de  $1,2e^{-8}\text{s}$  et par la MEF à l'aide d'un maillage structuré composé de 360.000 noeuds et 720.000 triangles à 3 noeuds. Les Figures 5a et b montrent les champs de contraintes hydrostatiques donnés par ces deux approches. D'un point de vue qualitatif, les champs sont similaires avec des maxima localisés au-dessus et en-dessous de la fibre et des minima situés sur les côtés latéraux. D'un point de vue quantitatif, les deux approches mènent à des valeurs maximales différentes, à savoir 123 MPa pour la méthode discrète contre 69,9 MPa dans le cas de la MEF. Cependant, l'approche discrète est sensible à des variations locales importantes et une meilleure comparaison est donnée en estimant la contrainte hydrostatique à l'aide d'un réseau de volumes élémentaires formant un pavage du domaine. La contrainte associée à chaque élément est alors obtenu à l'aide de la formulation de Love-Weber. Ainsi, en choisissant un pavage en 500 éléments triangulaires contenant chacun environ 15 ED, nous obtenons une valeur maximale de 74,5 MPa laquelle est proche de l'estimation donnée par la MEF. Le tableau 3 fournit des valeurs comparatives pour les points A(50mm ;75mm), B(50mm ;50mm) and C(25mm ;50mm) respectivement situés au sommet, au centre et à la gauche de la fibre.

	Point A	Point B	Point C	Valeur maximale
Prédictions ED sans volume élémentaire	53,2 MPa	13,5 MPa	3,47 MPa	123 MPa
Prédictions ED avec volume élémentaire	67,6 MPa	13,2 MPa	3,47 MPa	74,5 MPa
Prédictions EF	69,9 MPa	14,7 MPa	1,95 MPa	69,9 MPa

TABLE 3 – Contraintes hydrostatiques aux positions A, B et C

La rupture de la matrice et la décohésion interfacielle sont maintenant prises en compte. Une vitesse de  $0,1 \text{ m.s}^{-1}$  est imposée sur les bords latéraux du motif représentatif. Dans un premier cas d'étude,  $\sigma_{lim}^m$  la contrainte limite associée à la matrice est choisie égale à 4 fois la contrainte limite interfacielle  $\sigma_{lim}^{\Gamma}$ . Des calculs par la MED sont réalisés en utilisant le même empilement granulaire et le même pas de temps

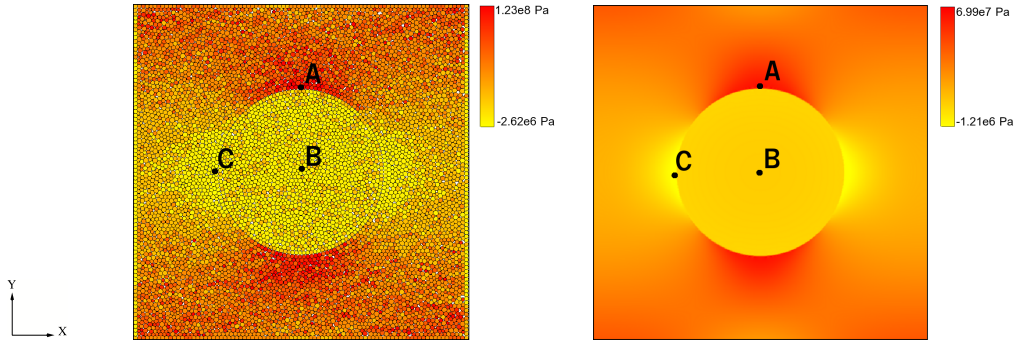


FIGURE 5 – Champ de contrainte hydrostatique obtenu (a) par la MED and (b) par la MEF

que ceux utilisés précédemment. La Figure 6a montre le motif de fissuration final au sein du milieu hétérogène et la zone de décohésion ici visible en rouge autour de la fibre. La décohésion interfacielle se produit à  $t \approx 2e^{-4}$ s puis des fissures s'ouvrent aux extrémités supérieure et inférieure de la fibre avant de se propager verticalement à  $t \approx 2,2e^{-4}$ s. Dans un second cas d'étude, nous considérons le cas inverse où la contrainte limite interfacielle  $\sigma_{lim}^{\Gamma}$  est égale à 4 fois la contrainte limite de la matrice. La Figure 6b montre le motif final de rupture associé. Nous pouvons remarquer que la décohésion interfacielle ne se produit qu'à des endroits isolés. Des fissures s'initient tout d'abord aux extrémités supérieure et inférieure de la fibre puis se propagent verticalement à  $t \approx 2,5e^{-4}$ s. Une troisième fissure s'ouvre ensuite et contourne la fibre en même temps que de nouvelles fissures verticales apparaissent. Ainsi, du fait de la forte cohésion interfacielle, la décohésion joue un rôle mineur et les fissures initiées aux extrémités de la fibre sont finalement connectées par une troisième fissure.

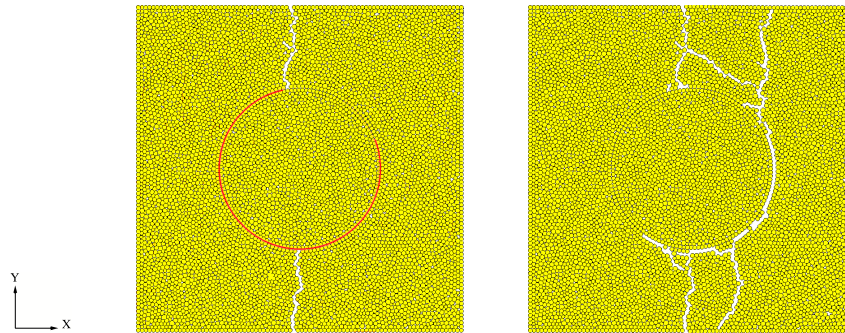


FIGURE 6 – Motif de rupture et zone de décohésion (a) lorsque  $\sigma_{lim}^{\Gamma} = 0,25\sigma_{lim}^m$  et (b) lorsque  $\sigma_{lim}^{\Gamma} = 4\sigma_{lim}^m$

## 5.2 Composite renforcé par un réseau de fibres

Nous considérons maintenant le cas d'un composite renforcé par un réseau de fibres parallèles aléatoirement dispersées. Le motif élémentaire est un carré de longueur  $L=0,1$ m composé de 25 fibres disposées aléatoirement et de rayon constant égal à 6,25mm. la fraction surfacique du réseau de fibres est de 0,5 et une distance minimale de 3,7mm est imposée entre deux fibres données. Des simulations par ED sont réalisées jusqu'à la rupture du matériau pour les mêmes propriétés matérielles que précédemment. Une vitesse de  $0,1 \text{ m.s}^{-1}$  est imposée selon la direction normale extérieure sur les bords latéraux du motif représentatif. La décohésion interfacielle est prise en compte par le MDZE où  $\sigma_{lim}^{\Gamma}$  la contrainte limite associée à l'interface  $\Gamma$  est choisie égale à 4 fois  $\sigma_{lim}^m$  la contrainte limite associée à la matrice ici imposée à 200 MPa. Des calculs par ED sont réalisés à l'aide d'un pas de temps de  $1,6e^{-9}$ s et l'empilement granulaire associé au MEC est constitué de 100.000 particules. Les Figures 7a et b montrent le champ de contrainte hydrostatique lorsque les fissures s'ouvrent à  $t=1,42e^{-4}$ s et lorsque la ruine du matériau démarre à  $t=1,58e^{-4}$ s respectivement. Nous observons des pics de contrainte proche des zones de décohésion et de fissuration. Dans une première étape, à  $t=1,42e^{-4}$ s, des fissures s'ouvrent simultanément aux positions supérieure et inférieure d'une fibre dont le centre est positionné aux coordonnées (45,9mm ; 39,2mm). Dans un second temps, chaque fissure se propage verticalement jusqu'à la fibre la

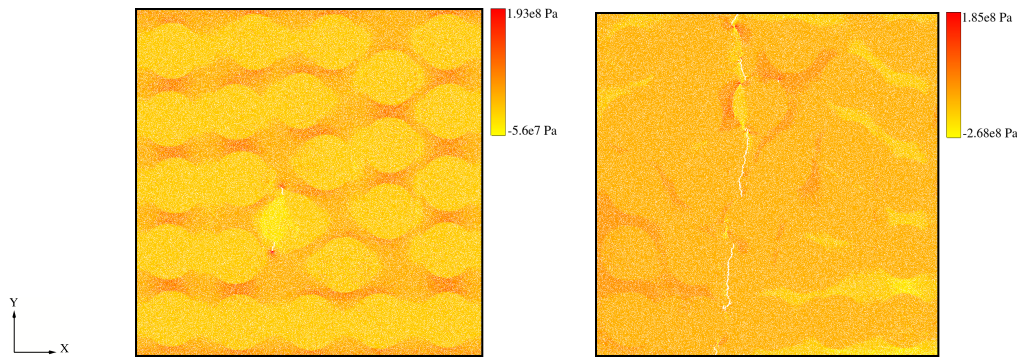


FIGURE 7 – Champ de contrainte hydrostatique (a) à  $t=1,42e^{-4}s$  et (b) à  $t=1,58e^{-4}s$

plus proche laquelle est contournée par une zone de décohesion reliant le sommet de la fissure courante à la position d'ouverture d'une nouvelle fissure. Ce phénomène est répété de fibre en fibre jusqu'à ce que les bords supérieur et inférieur du motif élémentaire soient atteints. Le motif de rupture final est perpendiculaire à la direction de sollicitation ce qui est typique d'un milieu à dominance fragile.

## Conclusion

Les travaux réalisés montrent le potentiel d'une approche discrète à modéliser des motifs de rupture complexes en milieu hétérogène. Nous travaillons actuellement sur la mise en place de modèles non-linéaires ainsi que sur le développement numérique de la présente approche en 3D.

## Références

- [1] T. Rabczuk, T. Belytschko. *A three-dimensional large deformation meshfree method for arbitrary evolving cracks*, Computer Methods in Applied Mechanics, 196, 2777-2799, 2007.
- [2] X. Liu, R. Duddu, H. Waisman. *Discrete damage zone model for fracture initiation and propagation*, Engineering Fracture Mechanics, 92, 1-18, 2012.
- [3] N. Fillot, I. Iordanoff, Y. Berthier. *Modelling third body flows with a discrete element method-a tool for understanding wear with adhesive particles*, Tribology International, 40(6), 973-981, 2007.
- [4] F. Nicot, N. Hadda, M. Guessasma, J. Fortin, O. Millet. *On the definition of the stress tensor in granular media*, International Journal of Solids and Structures, 50(14-15), 2508-2517, 2013.
- [5] C. Machado, M. Guessasma, E. Bellenger. *Electromechanical modeling by DEM for assessing internal ball bearing loading*, Mechanism and Machine Theory, 92, 338-355, 2015.
- [6] S. Hentz, F.V. Donzé, L. Daudeville. *Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates*, Computer and Structures, 82(29-30), 2509-2524, 2004.
- [7] D. André, I. Iordanoff, J.C. Charles, J. Neauport. *Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model*, Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, 213, 113-128, 2012.
- [8] L. Maheo, F. Dau, D. André, J.L. Charles, I. Iordanoff. *A promising way to model cracks in composite using Discrete Element Method*, Composites : Part B, 71, 193-202, 2015.
- [9] H. Haddad, W. Leclerc, M. Guessasma. *Application of DEM to predict the elastic behavior of particulate composite materials*, Granular Matter, 17, 459-473, 2015.
- [10] D. André, M. Jebahi, I. Iordanoff, J.L. Charles, J. Neauport. *Using the discrete element method to simulate brittle fracture in the indentation of a silica glass with a blunt indenter*, Computer Methods in Applied Mechanics, 265, 136-147, 2013.
- [11] B.D. Lubachevsky, F.H. Stillinger. *Geometric properties of random disk packings*, Journal of Statistical Physics, 60, 561-583, 1990.
- [12] A. Donev, I. Cissé, D. Sachs, E.A. Variano, F.H. Stillinger, R. Connelly et al. *Improving the density of jammed disordered packings using ellipsoids*, Science, 303, 990-993, 2004.
- [13] M. Zhou. *A new look at the atomic level virial stress : on continuum-molecular system equivalence*, Proceedings of the Royal Society of London, 2037, 2347-2392, 2003.