

Modélisation multi-échelle du comportement en compression du bois

J. Wouts¹, D. Coutellier¹, M. Oudjene², H. Naceur¹, J. Rahmoun¹

¹ LAMIH, UMR CNRS 8201, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 59313 Valenciennes, Cedex 9, France
{jeremy.wouts,daniel.coutellier,hakim.naceur,jamila.rahmoun}@univ-valenciennes.fr

² LERMAB, Université de Lorraine, 88000 Epinal, France, marc.oudjene@univ-lorraine.fr

Résumé — Ce travail porte sur le développement d'une loi de comportement micromécanique dédiée à la prédiction du comportement non linéaire du bois en grandes déformations. Les propriétés orthotropes sont déterminées à partir des propriétés micromécaniques en utilisant les techniques d'homogénéisation linéaire basées sur le schéma de Mori-Tanaka. Un critère de type Gurson est employé pour prédire le comportement non linéaire anisotrope en compression. Le modèle développé a été implémenté avec succès dans le code éléments finis LS-Dyna via la routine UMAT et validé de manière expérimentale.

Mots clés — Bois - Homogénéisation - Micromécanique - Plasticité - Éléments finis.

1 Introduction

Depuis ces dernières décennies, l'utilisation du matériau bois se fait de plus en plus intensive dans plusieurs secteurs industriels : construction, emballage, etc. Favorisé par le contexte actuel de développement durable, le bois est un matériau naturel renouvelable ayant des propriétés mécaniques et thermiques très intéressantes. Depuis les années 70 le bois a connu des campagnes de caractérisation expérimentales à travers toute l'Europe, à petite et à grande échelles et les résultats de ces campagnes sont aujourd'hui à l'origine des vérifications aux états limites ultimes définies dans les Eurocodes. Dans le contexte actuel d'utilisation de manière de plus en plus intensive de la simulation numérique, les besoins du développement de modèles numériques ont suscité un regain d'intérêt, de plusieurs équipes de recherche aux niveaux européen et international, pour le développement de lois de comportement dédiées afin de réduire le recours systématique aux essais expérimentaux très coûteux.

Le bois est un matériau composite naturel possédant une organisation multi-échelle complexe (Figure 1). A l'échelle macroscopique (Figure 1(a)), le bois présente un comportement anisotrope avec 3 directions d'orthotropie (longitudinale (L), radiale (R) et tangentielle (T)). L'hypothèse d'isotropie transverse est cependant acceptable et les directions radiale et tangentielle sont alors confondues au sein de la direction transverse. La Figure 2 présente les réponses typiques du bois en compression et illustre donc les comportements différents selon les directions longitudinale et transverse. Ce comportement découle de différents phénomènes géométriques et matériaux présents aux différentes échelles du bois. Ainsi l'échelle de l'organisation cellulaire (Figure 1(b)) met en évidence l'élongation des cellules qui sont en très grande majorité orientées selon la direction longitudinale. A l'échelle inférieure, la paroi cellulaire (Figure 1(c)) apparaît comme une structure multi-couche complexe dont le comportement peut-être assimilé à un matériau isotrope transverse.

De nombreux modèles de comportement dédiés au matériau bois sont proposés dans la littérature. On distingue principalement deux types d'approches : l'approche macromécanique et l'approche micromécanique. Les modèles macroscopiques sont généralement formulés dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles en utilisant le critère quadratique de Hill pour décrire le comportement non linéaire. Ces modèles se heurtent généralement à la complexité du matériau bois et ne reproduisent pas fidèlement les mécanismes réels de déformations observés. Par ailleurs, plusieurs modèles micromécaniques sont disponibles dans la littérature [4], [1], [6]. Dans ces travaux, les auteurs ont investi dans des descriptions plus détaillées de la microstructure du bois basées sur la théorie des stratifiés pour la représentation de la structure interne de la paroi cellulaire. Cependant, bien que ce type de modélisation soit plus réaliste, elle demeure difficile à mettre en œuvre en pratique à cause du nombre important de données matérielles requises. De plus, ces modèles sont limités au comportement élastique. Pour s'affranchir

de toutes ces difficultés, nous proposons un modèle micromécanique simplifié permettant de réduire le nombre de paramètres et de données matérielles et surtout plus facile à mettre en œuvre en pratique.

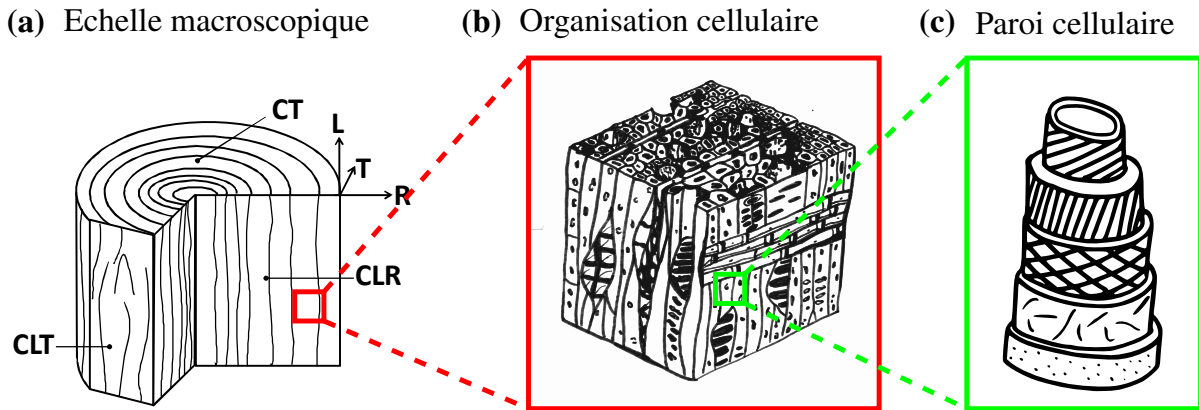


FIGURE 1 – Le bois à différentes échelles

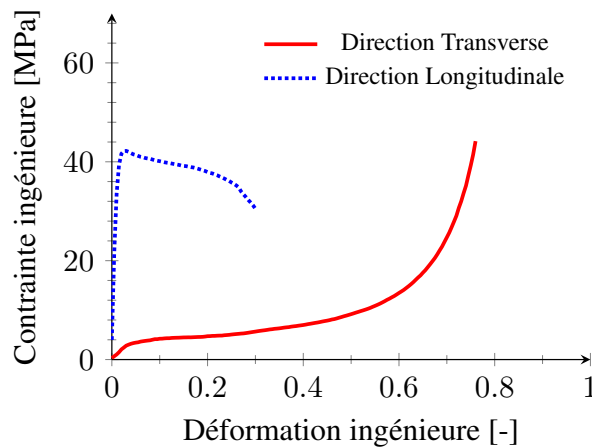


FIGURE 2 – Réponses typiques du bois en compression

2 Formulation micromécanique du modèle

2.1 Homogénéisation des propriétés élastiques

Un des objectifs de ce travail est de faire le lien entre les propriétés macroscopiques du bois et sa microstructure tout en limitant la complexité de la modélisation. Des hypothèses simplificatrices sont alors faites sur l'organisation multi-échelle du bois :

- La paroi cellulaire est prise comme matériau constitutif de base du bois et elle est considérée comme homogène et isotrope transverse.
- Les cellules considérées sont toutes orientées dans la direction longitudinale et elles sont modélisées par des inclusions cylindriques de vide.
- A l'échelle macroscopique le bois est supposé homogène (la distinction n'est pas faite entre le bois de printemps et le bois d'été) avec des propriétés isotropes transverses.

Pour le cas des résineux, et donc de l'épicéa, les seules inclusions à considérer sont les trachéides. Une seule étape d'homogénéisation est suffisante et la procédure fait appel à un schéma d'homogénéisation du type Mori-Tanaka qui permet d'obtenir le tenseur de rigidité du matériau homogénéisé à l'aide de la relation (1) en fonction des fractions volumiques de la matrice f^m et celle des inclusions f^r (ou f^s). \mathbb{A} correspond au tenseur de localisation associé aux inclusions des phases r ou s .

$$\mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}^m + \sum_{r=1}^N f^r (\mathbb{C}^r - \mathbb{C}^m) : \mathbb{A}_w^r : (f^m \mathbb{I} + \sum_{s=1}^N f^s \mathbb{A}_w^s)^{-1} \quad (1)$$

La détermination du tenseur de localisation est une étape importante et est donnée par la relation (2)

$$\mathbb{A} = \mathbb{B}^{-1} = [\mathbb{I} + \mathbb{P} : (\mathbb{C}^r - \mathbb{C}^m)]^{-1} \quad (2)$$

La relation (3) lie le tenseur de Eshelby \mathbb{S} au tenseur de Hill \mathbb{P} . Les composantes du tenseur de Eshelby sont connues ([3], [11], [8]) pour le cas d'inclusions cylindriques plongées dans une matrice isotrope transverse et orientées selon la direction \vec{e}_3

$$\mathbb{S} = \mathbb{P} : \mathbb{C}^{-1} \quad (3)$$

Etant donné le caractère isotrope transverse de la matrice, mais également du matériau homogénéisé, il s'avère commode d'employer la base de Walpole pour effectuer les calculs. Dans ces conditions, le tenseur de rigidité homogénéisé peut s'exprimer sous la forme de la relation (4) et il est possible d'exprimer les propriétés élastiques du matériau homogénéisé en fonction de ces composantes comme indiqué par le système d'équations (5).

$$\mathbb{C}^{hom} = (2k_p^{hom}, n^{hom}, 2\mu_p^{hom}, 2\mu_n^{hom}, l_1^{hom}, l_2^{hom}) \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_L = n^{hom} - \frac{l^{hom2}}{k_p^{hom}} \\ E_T = \frac{4\mu^{hom} k_p^{hom} E_L}{k_p^{hom} E_n + n^{hom} \mu_p^{hom}} \\ \nu_{LT} = \frac{l^{hom}}{2k_p^{hom}} \\ \nu_{TT} = \frac{k_p^{hom} E_L - n^{hom} \mu_p^{hom}}{k_p^{hom} E_n + n^{hom} \mu_p^{hom}} \\ G_{LT} = \mu_n^{hom} \\ G_{TT} = \mu_p^{hom} \\ \nu_{TL} = \frac{l^{hom}}{n^{hom}} (1 - \nu_{TT}) \end{array} \right. \quad (5)$$

Plusieurs résultats expérimentaux référencés dans la bibliographie ([6], [10]) permettent de regrouper les propriétés élastiques de nombreuses essences. Il est alors possible de confronter directement ces propriétés avec les prédictions élastiques issues de l'homogénéisation. Les propriétés de la paroi cellulaire sont alors déterminées par méthode inverse afin de faire corrélérer au mieux les prédictions avec les propriétés de nombreux résineux. La Figure 3 présente la corrélation entre la prédiction et les résultats expérimentaux pour un jeu de paramètres satisfaisant indiqué dans le Tableau 1. La grande variabilité des résultats expérimentaux atténue la corrélation, mais les prédictions sont satisfaisantes et d'un ordre de grandeur similaire aux résultats présentés dans [6]. La procédure d'homogénéisation élastique a donc été validée dans cette partie et les paramètres de la paroi cellulaire (Tableau 1) sont fixés pour la suite de cette étude.

Tableau 1 – Paramètres du matériau de la paroi cellulaire du bois

E_l [GPa]	E_t [GPa]	ν_{lt} [-]	ν_{tt} [-]	G_{lt} [GPa]
34	5	0.4	0.3	3.1

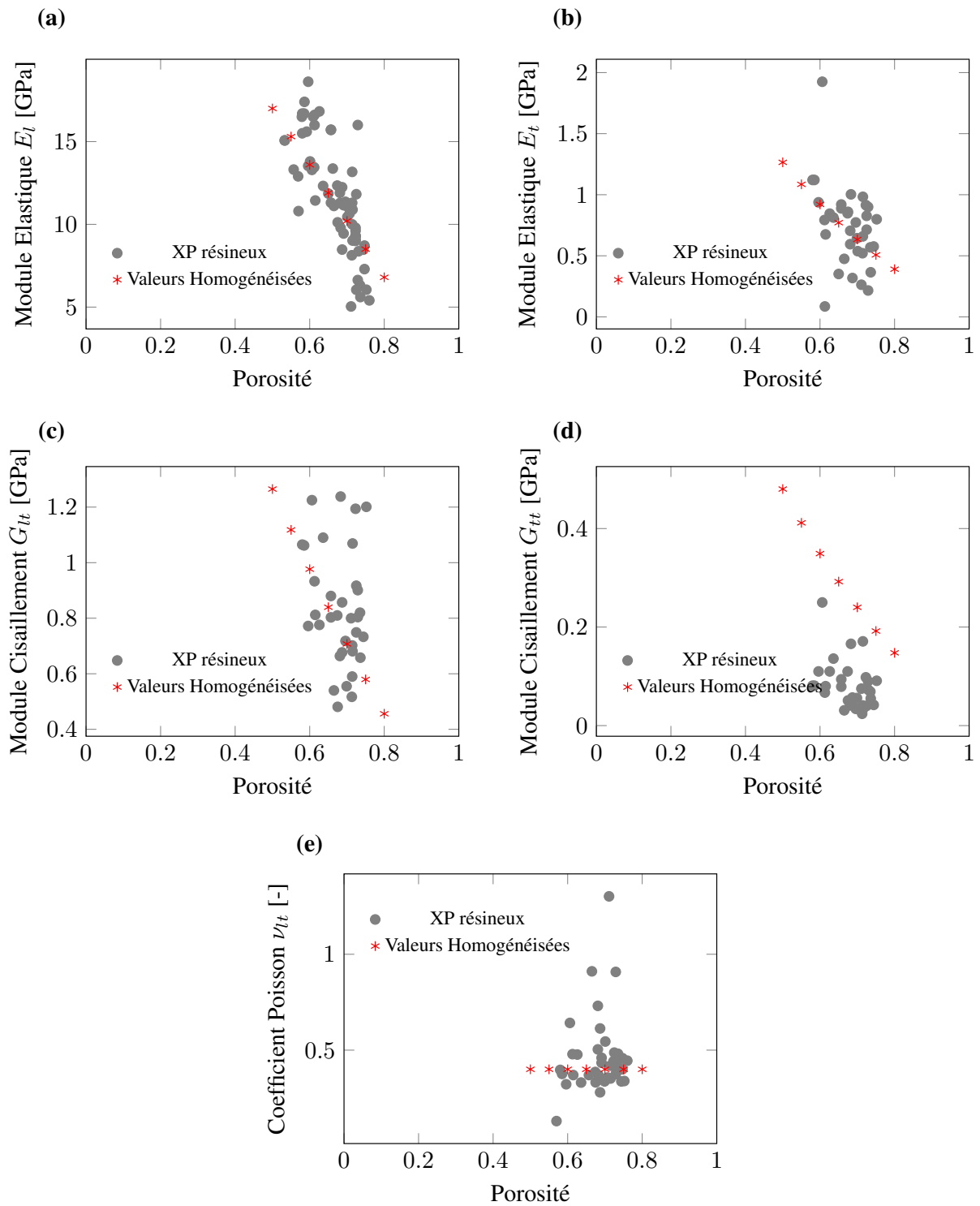


FIGURE 3 – Corrélation des propriétés élastiques

2.2 Le comportement non linéaire

Le critère employé dans ce travail est du type Gurson dédié aux matériaux orthotropes contenant des inclusions cylindriques de vide. Il est obtenu par méthode d'analyse limite de Gurson [5] et l'expression approximée du critère plastique employé prend la forme de la relation (6) proposée par Benzerga et Besson [2]. Une forme généralisée au cas des sphéroïdes est proposée par Monchiet [9]. Σ_{eq} correspond à la contrainte équivalente au sens de Hill comme indiqué par l'équation (7). f correspond à la porosité du matériau tandis que h_1 correspond à un rapport d'anisotropie déterminé dans [9] à partir des coefficients de l'opérateur de Hill \mathbb{H} donné par la relation (8). σ_0 correspond à la limite élastique transverse de la matrice.

$$\Phi(\Sigma, f) = \left(\frac{\Sigma_{eq}}{\sigma_0} \right)^2 + 2 \cdot f \cdot \cosh \left(\frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{h_1}} \cdot \frac{\Sigma_{11} + \Sigma_{22}}{\sigma_0} \right) - 1 - f^2 = 0 \quad (6)$$

$$\Sigma_{eq}^2 = \sigma : \mathbb{H} : \sigma \quad (7)$$

$$\mathbb{H} = \begin{pmatrix} H+G & -H & -G & 0 & 0 & 0 \\ -H & F+H & -F & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & G+F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cdot N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot L \end{pmatrix} \quad (8)$$

Une variable d'écroutissage $\bar{\sigma}$ est introduite dans le critère de plasticité macroscopique décrit par la relation (9). Elle intervient à travers le comportement plastique de la matrice qui décrit un comportement plastique régi par la relation (10) avec k et n des paramètres d'écroutissage.

$$\Phi(\Sigma, \bar{\sigma}, f) = \left(\frac{\Sigma_{eq}}{\bar{\sigma}} \right)^2 + 2 \cdot f \cdot \cosh \left(\frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{h_1}} \cdot \frac{\Sigma_{11} + \Sigma_{22}}{\bar{\sigma}} \right) - 1 - f^2 = 0 \quad (9)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + k \cdot (\varepsilon_p)^n \quad (10)$$

La loi d'écoulement plastique macroscopique est obtenue à partir de la règle de normalité (Equation (11)) en fonction du multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$. Dans cette étude, la matrice est considérée comme étant incompressible. De ce fait, la loi d'évolution de la porosité peut être prise selon la relation (12). Les termes E_m^p , ε_m^p correspondent respectivement à la déformation plastique volumétrique et à la déformation plastique volumétrique moyenne de la matrice tandis que les termes ε_N , S_N et f_N indiquent respectivement la distribution normale moyenne de la déformation de nucléation, l'écart type et la fraction volumique de vide liés à la nucléation. La méthodologie est en fait similaire à celle employée dans [7] pour décrire le comportement non linéaire de l'os trabéculaire.

$$\dot{E}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \Sigma} \quad (11)$$

$$\dot{f} = 3(1-f)\dot{E}_m^p + A\dot{\varepsilon}_m^p \quad (12)$$

$$A = \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_m^p - \varepsilon_N}{S_N} \right)^2 \right) \quad (13)$$

$$(1-f) \cdot \bar{\sigma} \cdot \dot{\varepsilon} = \Sigma : \dot{E}^p \quad (14)$$

L'implémentation du modèle s'effectue au sein du logiciel commercial de calcul explicite LS-DYNA via la routine utilisateur UMAT.

3 Application numérique

3.1 Validation du critère

L'identification des paramètres matériaux donnés dans le Tableau 2 a été réalisée sur la base de résultats expérimentaux concernant une large gamme d'essence de résineux. La Figure 4 illustre la bonne corrélation obtenue entre les valeurs expérimentales et les valeurs seuils prédites pour la direction transverse, mais également la direction longitudinale. La prédiction du modèle micromécanique en ce qui concerne la compression oblique a également été validée par comparaison aux résultats obtenus en utilisant la formule analytique de type Hankinson (Equation (15)). La Figure 5 illustre la bonne corrélation des prédictions numériques en ce qui concerne l'évolution de la limite de compression en fonction de la direction (angle) de sollicitation par rapport au fil du bois (direction longitudinale 0°). Il peut être noté que la limite de compression diminue très rapidement dès que l'effort de compression n'est plus orienté parallèlement à la direction longitudinale. Ce résultat montre également que l'anisotropie du bois évolue de manière non linéaire.

Tableau 2 – Paramètres du critère

σ_0 [MPa]	F	G	H	L	M	N
20	0.01114	0.9886	0.01114	0.092	0.092	1.988

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_{0^\circ} \times \sigma_{90^\circ}}{\sigma_{0^\circ} \times \sin^{nh}(\alpha) + \sigma_{90^\circ} \times \cos^{nh}(\alpha)} \quad (15)$$

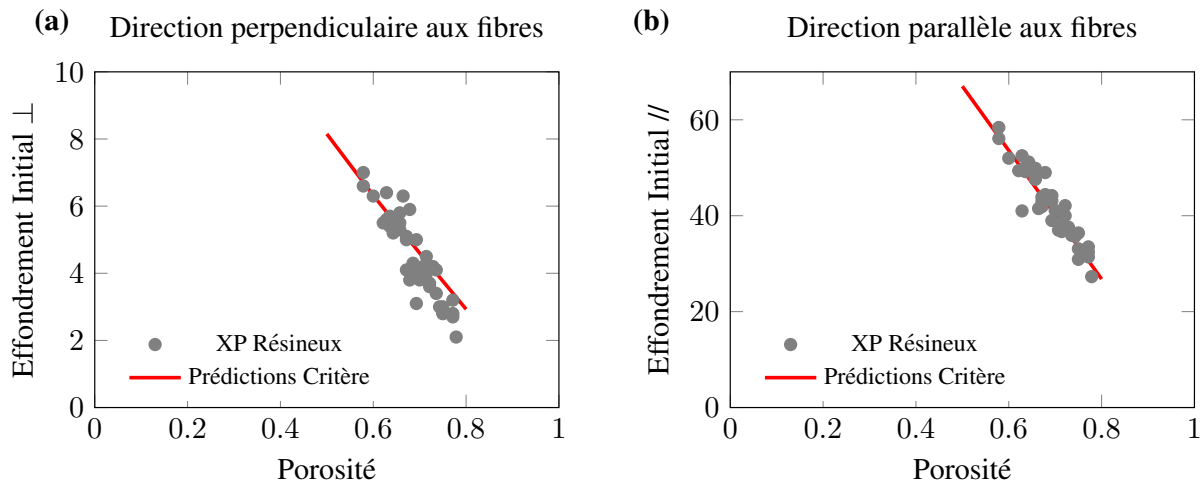


FIGURE 4 – Corrélation des seuils de plasticité dans les deux directions

3.2 Validation du comportement non linéaire

L'évaluation du comportement non linéaire s'effectue à partir d'essais de compression selon la direction transverse. Les essais sont réalisés en quasi-statique ($\dot{\epsilon} = 0.001 \text{ s}^{-1}$) sur des éprouvettes d'épicéa cylindriques, de diamètre 35 mm et de hauteur 20 mm, dont une illustration est donnée à la Figure 6(a). Les éprouvettes ont une masse volumique ρ de 400 kg/m^3 ce qui induit une porosité f de 0.73 déterminée avec la relation (16) où ρ_{CW} la masse volumique de la paroi cellulaire prise égale à 1500 kg/m^3 . Une représentation éléments finis de l'éprouvette est illustrée sur la Figure 6(b). Toutefois, les conditions de symétrie permettent de ne considérer que 1/4 de l'éprouvette et la modélisation compte alors 3840 éléments solides de type hexaèdre avec une intégration réduite. Le pilotage s'effectue en imposant une vitesse de déplacement aux noeuds de la surface supérieure tandis que les noeuds de la surface inférieure sont bloqués en translation selon la direction verticale. La Figure 7 permet de comparer les

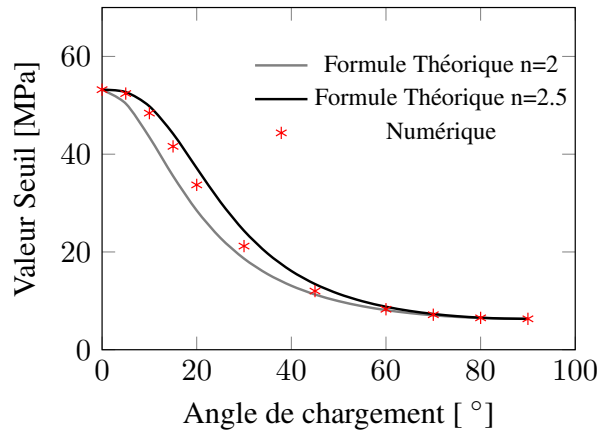


FIGURE 5 – Validation des seuils de plasticité pour différentes directions de sollicitation

courbes obtenues expérimentalement et numériquement et il apparaît que le comportement non linéaire est fidèlement retranscrit. En revanche, un écart sur la partie linéaire élastique est observé. Ce dernier se justifie, car aucune jauge de déformation n’a été employée lors des essais afin de capter précisément et localement le comportement élastique. Ainsi instrumenté, l’essai ne doit pas être employé pour l’évaluation du comportement élastique puisqu’il ne permet la mesure que d’un module élastique apparent, qui est logiquement inférieur à la valeur d’élasticité théorique.

$$f = 1 - \frac{\rho}{\rho_{CW}} \quad (16)$$

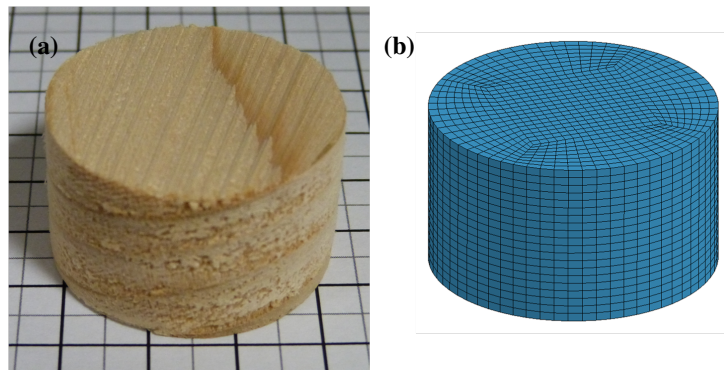


FIGURE 6 – Eprouvette d’épicéa et sa modélisation par éléments finis

4 Conclusion

L’objectif de ce travail était de proposer une loi matériau micromécanique, simple d’utilisation, permettant de décrire le comportement non linéaire du bois à partir d’un nombre limité de paramètres. Les techniques d’homogénéisation et un critère de plasticité employant une approximation d’analyse limite sont employés pour décrire le comportement du bois. Le modèle proposé permet de prédire les propriétés élastiques, mais également les seuils de plasticité du bois pour des sollicitations de compression. Le comportement non linéaire observé lors de la compression transverse est fidèlement restitué aussi bien pour la zone de contrainte plateau que pour le régime de densification. Afin d’améliorer le modèle, plusieurs développements sont en cours comme la prise en compte de l’effet de vitesse sur les seuils de plasticité ou la modélisation du comportement non linéaire pour la compression longitudinale qui doit inclure l’endommagement et les mécanismes de rupture.

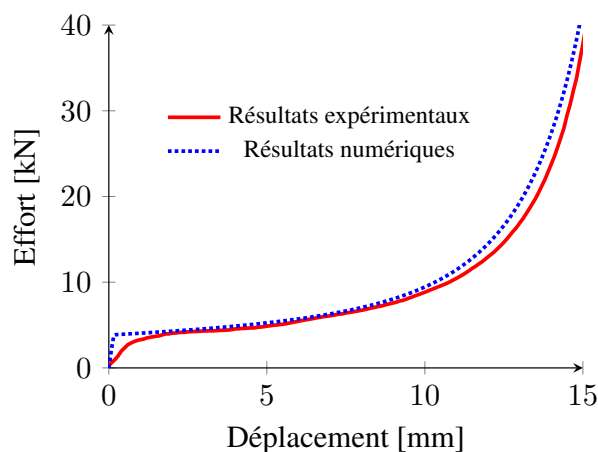


FIGURE 7 – Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour le cas de l'épicea

5 Remerciements

Les auteurs sont reconnaissants envers l'ANRT pour son soutien.

Références

- [1] R.J. Astley, K.A. Stol, J.J. Harrington. *Modelling the elastic properties of softwood*, Holz als Roh-und Werkstoff, Springer, 43-50, 1998.
- [2] A. Benzerga, J. Besson. *Plastic potentials for anisotropic porous solids*, European Journal of Mechanics-A/Solids, Elsevier, 397-434, 2001.
- [3] M. Dunn. *Electroelastic Green's functions for transversely isotropic piezoelectric media and their application to the solution of inclusion and inhomogeneity problems*, International Journal of Engineering Science, Elsevier, 119-131, 1994.
- [4] E.I. Flores, M.I. Friswell. *Multi-scale finite element model for a new material inspired by the mechanics and structure of wood cell-walls*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Elsevier, 1296-1309, 2012.
- [5] A. Gurson. *Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part I : Yield criteria and flow rules for porous ductile media*, Journal of engineering materials and technology, American Society of Mechanical Engineers, 2-15, 1977.
- [6] K. Hofstetter, C. Hellmich, J. Eberhardsteiner. *Development and experimental validation of a continuum micromechanics model for the elasticity of wood*, European Journal of Mechanics-A/Solids, Elsevier, 1030-1053, 2005.
- [7] A. Jaziri, J. Rahmoun, H. Naceur, P. Drazetic, E. Markiewicz. *Multi-scale modelling of the trabecular bone elastoplastic behaviour under compression loading*, European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique, Taylor & Francis, 254-269, 2012.
- [8] Y.Mikata. *Determination of piezoelectric Eshelby tensor in transversely isotropic piezoelectric solids*, International Journal of Engineering Science, Elsevier, 605-641, 2000.
- [9] V. Monchiet, O. Cazacu, E. Charkaluk, D. Kondo. *Macroscopic yield criteria for plastic anisotropic materials containing spheroidal voids*, International Journal of Plasticity, Elsevier, 1158-1189, 2008.
- [10] R. Ross. *Wood handbook : Wood as an engineering material*, 2010.
- [11] A. Suvorov, G. Dvorak. *Rate form of the Eshelby and Hill tensors*, International Journal of Solids and Structures, Elsevier, 5659-5678, 2002.