

Réduction de modèle et problèmes de contact en dynamique explicite

N. Adam¹, D. Dureisseix², A. Gravouil²

¹ Département Génie Mécanique et Conception (GMC), INSA-Lyon

² Univ Lyon, INSA-Lyon, CNRS UMR5259, LaMCoS, F-69621, France, {anthony.gravouil,david.dureisseix}@insa-lyon.fr

Résumé — Dans différentes applications, la prise en compte des impacts est très importante (dimensionnement, vérification...), et la conception requiert des études paramétriques (matériau, géométrie...). Nous nous intéressons ici à des techniques de réduction de modèle et de dynamique explicite. Sur un modèle de disque en grande rotations mais petites déformations, en contact avec le sol, un schéma explicite sans régularisation (avec multiplicateurs de Lagrange) est mis en place pour obtenir une solution numérique. Celle-ci est ensuite analysée par des techniques POD pour en tirer l'information essentielle.

Mots clés — schéma explicite, dynamique non-régulière, contact frottant, Proper Orthogonal Decomposition.

1 Introduction

Le coût des résolutions numériques en calcul de structure, en particulier pour les problèmes d'évolution non linéaires, voire non réguliers comme pour les problèmes d'impact en dynamique, reste toujours élevé car la taille des problèmes traités est encore limitée par les capacités de calcul.

Que ce soit pour traiter des non linéarités couplées ou des effets dynamiques rapides, les méthodes explicites permettent parfois d'accéder à la réponse de modèle de taille importante. Dans le cas d'impact (contacts frottants en dynamique), les méthodes de pénalisation ont connu beaucoup de développements. Ici, nous visons à traiter ces contacts sans régularisation, en utilisant des multiplicateurs de Lagrange, mais toujours dans un contexte de dynamique explicite [3].

Les techniques de réduction de modèle, qui peuvent s'appliquer aux problèmes de contact [1, 2], sont aussi des outils d'analyse intéressants, que ce soit pour extraire des informations pertinentes d'un jeu de données, ou pour prendre en compte l'influence de paramètres du problème tout en limitant les coûts de calcul.

Nous proposons ici d'illustrer ces approches sur un problème de contact disque-route : la dynamique du disque en grande rotation est couplée au contact frottant avec la route. Suivant le régime de fonctionnement, la solution peut être transitoire, quasi-périodique... et son analyse par des techniques POD (Proper Orthogonal Decomposition) permet de faire ressortir ses principales caractéristiques.

2 Problème modèle et schéma numérique temporel

Le cas test proposé ici consiste à étudier le comportement d'un disque (éventuellement avec une sculpture sur le bord) en rotation et contact frottant avec un massif rigide. Pour simplifier, le problème est considéré plan, la vitesse angulaire, ω , la vitesse de translation V et la distance entre le centre du disque non déformé et la route, h , sont supposées connues, figure 1.

La dynamique dans le repère tournant fait intervenir les forces centrifuges $f_{\text{centrifuge}}$, gyroscopiques (avec la matrice gyroscopique G), d'accélération ainsi que les forces de contact/impact avec le massif rigide de la route qui font partie des inconnues du problème.

La matrice de masse M_{lump} est "lumpée" en cohérence avec un schéma explicite, de type différences centrées. Le schéma choisi est asynchrone : les termes en vitesses ne s'expriment pas au même pas de temps t_{n+1} que les accélérations et déplacements, mais au demi-pas de temps $t_{n+1/2}$, [3]. Le schéma de contact frottant est celui de la dynamique non-régulière de J. J. Moreau [4], exprimé en vitesse. En

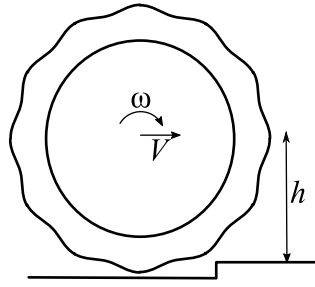


FIGURE 1 – Problème modèle

conséquence les impulsions de contact \mathbf{r} (les multiplicateurs de Lagrange) sont eux aussi exprimés au même demi-pas de temps :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\text{lump}}(\dot{\mathbf{u}}_{n+3/2} - \dot{\mathbf{u}}_{n+1/2}) + \Delta t(\mathbf{C} + \mathbf{G})\dot{\mathbf{u}}_{n+1/2} + \Delta t\mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1} &= \Delta t\mathbf{f}_{n+1} + \Delta t\mathbf{f}_{\text{centrifuge}} + \mathbf{H}_{n+1}^T\mathbf{r}_{n+3/2} \\ \mathbf{v}_{n+3/2} &= \mathbf{H}_{n+1}\dot{\mathbf{u}}_{n+3/2} \end{aligned}$$

avec la loi locale de comportement de l'impact frottant de la forme $\mathcal{R}(\mathbf{r}_{n+3/2}, \mathbf{v}_{n+3/2}) = 0$. \mathbf{v} est la différence relative de vitesse au contact (potentiel) entre les solides, et \mathbf{r} est l'impulsion en ce même contact. Cette loi (écrite ici sous forme symbolique) traduit : (i) le comportement normal au contact écrit en vitesse (en utilisant le lemme de Moreau [4]) traduisant la non-pénétration, la positivité de la pression de contact, et la complémentarité entre les deux (soit la pression est positive et le jeu est nul, soit le jeu est positif et la pression est nulle) ; et (ii) lorsque le contact est actif, le comportement tangent de Coulomb (glissement nul si la force tangentielle est en norme plus petite que le coefficient de frottement multiplié par la pression de contact, ou glissement opposé à la force tangentielle en cas d'égalité). Comme les quantités vitesse et impulsion sont exprimées de façon asynchrone (ici aux instants nommés $n + 3/2$, et non pas $n + 1$ comme pour les déplacements et les forces), il est en de même de la vérification de cette loi de comportement de contact-impact.

Les différentes étapes principales lors d'un incrément en temps sont les suivantes :

- prédiction explicite du déplacement \mathbf{u}_{n+1} et de la configuration,
- calcul des quantités dépendantes de la configuration (dont \mathbf{H}),
- calcul de la matrice dynamique réduite (opérateur de Delassus $\mathbf{H}^T \mathbf{M}_{\text{lump}}^{-1} \mathbf{H}$),
- résolution locale de la dynamique réduite et du comportement à l'impact pour trouver $\mathbf{r}_{n+3/2}$,
- post-processing de la dynamique complète pour obtenir la vitesse $\dot{\mathbf{u}}_{n+3/2}$.

L'un des avantages de ce type de schéma est son caractère symplectique : il conserve l'énergie même après discrétisation, alors que les différences centrées classiques présentent une dérive énergétique au cours du temps. Il permet ainsi d'étudier les systèmes en "temps longs".

3 Résultats numériques

3.1 Validation

Pour valider les performances du schéma, on propose de traiter tout d'abord le cas sans amortissement physique, de la mise en rotation rapide sans contact, pour le disque lisse. Dans ce cas, la solution attendue est oscillante sans dissipation d'énergie. L'ajout d'un amortissement physique permet ensuite de retrouver en temps long la solution stationnaire qu'on peut calculer par ailleurs de façon indépendante (analytiquement ou avec un code de calcul industriel). On retrouve bien les solutions attendues, figure 2.

3.2 Dynamique avec contact frottant

On considère maintenant les interactions avec la route, modélisée comme un massif rigide. Après une phase transitoire lors de la mise en charge (montée sur un rebord rigide), une phase stationnaire est observée pour le disque lisse, figure 3, ou quasi-périodique en lien avec la périodicité de la sculpture et la cinématique globale du disque.

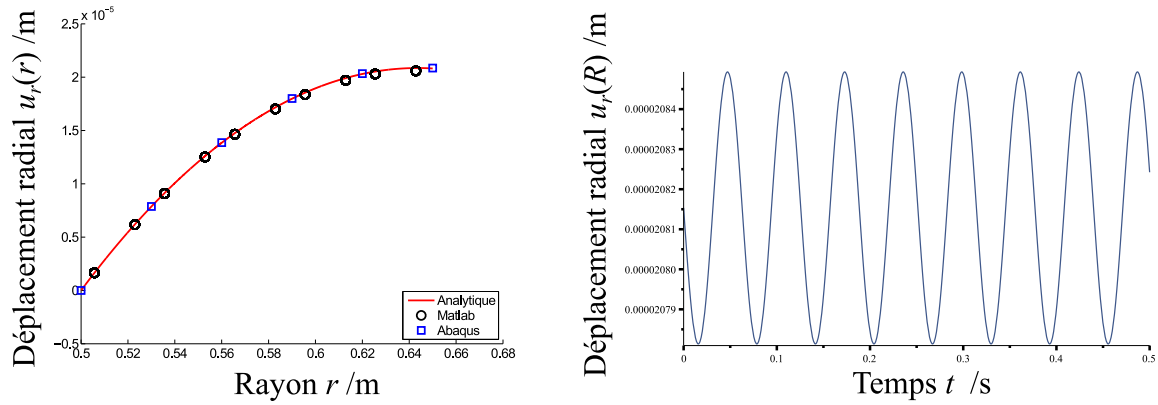


FIGURE 2 – Tests de validation. Solution stationnaire (à gauche) et solution oscillante (à droite).

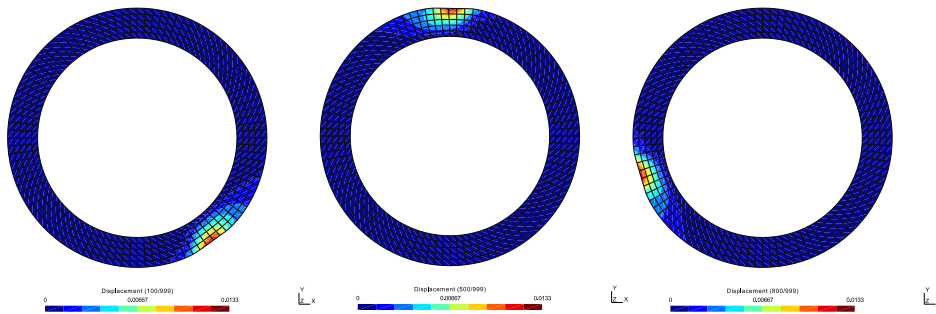


FIGURE 3 – Déplacement dans le repère tournant, aux instants $t = 0.0125$ s, 0.0625 s, 0.1 s

Par ailleurs, l'influence du coefficient de frottement est notable sur les effets de cisaillements au contact, figure 4.

4 Réduction de modèle

On s'intéresse ici à l'analyse d'une solution obtenue par la méthode de simulation précédente. Une technique a priori de réduction de modèle, de type POD (utilisant une décomposition en valeurs singulières) permet à la fois de quantifier la réductibilité du problème (la capacité de la solution à être décrite dans un espace de plus petite dimension) et de générer un modèle réduit en produisant une base espace-temps de représentation de la solution.

En particulier, la question posée est celle de la réductibilité du problème. En effet, suivant le choix de la quantité d'intérêt (et d'une éventuelle transformation permettant de rectifier cette solution), un nombre plus ou moins important de modes (i.e. de dimensions) est nécessaire pour garantir la précision de la représentation. Par exemple, le champ de vitesse dans le repère tournant obtenu lors de l'évolution quasi-périodique du comportement au contact peut être représenté sous la forme :

$$\dot{U}(M, t) \approx \sum_{i=1}^p u_i(M) \sigma_i v_i(t)$$

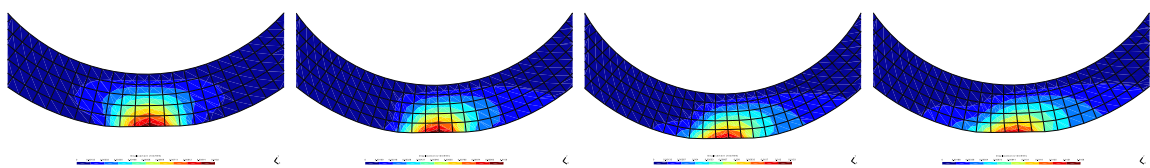


FIGURE 4 – Déplacement quasi-stationnaire, pour des coefficients de frottement $\mu = 0, 0.2, 0.4, 0.6$

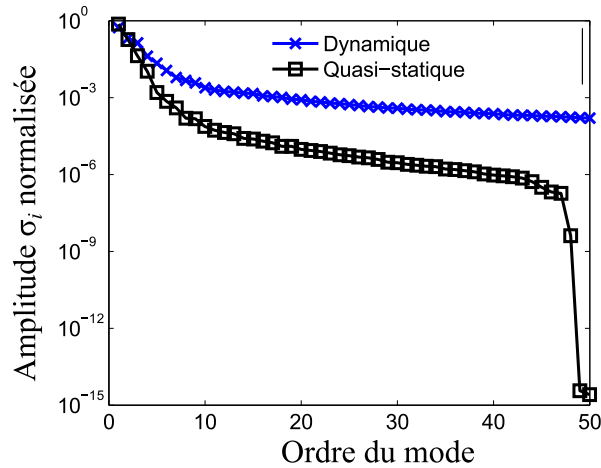


FIGURE 5 – Illustration de la réductibilité de la solution

où les $u_i(M)$ sont des modes spatiaux, $v_i(t)$ des modes temporels, et σ_i des amplitudes (les modes étant normés). La contribution énergétique des modes est représentée sur la figure 5. Les modes spatiaux obtenus sont ceux de la figure 6.

Les différentes possibilités de représentations de la solution obtenues seront étudiées et leur réductibilité comparée. En particulier, la figure 5 compare la contribution des modes obtenus dans la solution pour le cas de roulage du pneumatique (cas dynamique) avec un résultat obtenu pour un écrasement vertical simple et monotone dans [1] d'un cylindre lisse (cas quasi-statique), tous deux en contact frottant. Une marge de gain serait donc souhaitable pour le cas du roulage dynamique en vue d'avoir des performances similaires au cas quasi-statique de référence.

5 Conclusions

Ces travaux présentent d'une part l'utilisation d'un schéma explicite pour la dynamique avec impact, sans régularisation du comportement au contact, et préservant l'énergie discrète en temps long. Ses performances sont illustrées sur un problème d'élasticité en grandes rotations et contact frottant sur un massif rigide. La réductibilité de la solution est testée par des techniques de réduction de modèle, et permettent d'envisager par la suite de pouvoir coupler ces modèles réduits avec une analyse dynamique explicite, en particulier pour les extensions des schémas en temps améliorés en terme de stabilité. La robustesse de l'approche pour l'intégration d'autres non linéarités, ainsi que son utilisation pour des analyses multiparamétriques sont des perspectives directes à ces travaux.

Références

- [1] A. Giacomini, D. Dureisseix, A. Gravouil and M. Rochette, *A multiscale LATIN/FAS algorithm with time-space model reduction for frictional contact problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering 3, 207–230, 2014.
- [2] A. Giacomini, D. Dureisseix and A. Gravouil, *An efficient quasi-optimal space-time PGD application to frictional contact mechanics*, Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences 3, 1–17, 2016.
- [3] F. Fekak, M. Brun, A. Gravouil, B. Depale. *A New Heterogeneous Asynchronous Explicit-Implicit Variational Time Integrator For nonsmooth Dynamics*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, submitted, 2016.
- [4] J. J. Moreau. *Numerical aspects of the sweeping process*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 177, 329–349, 1999.

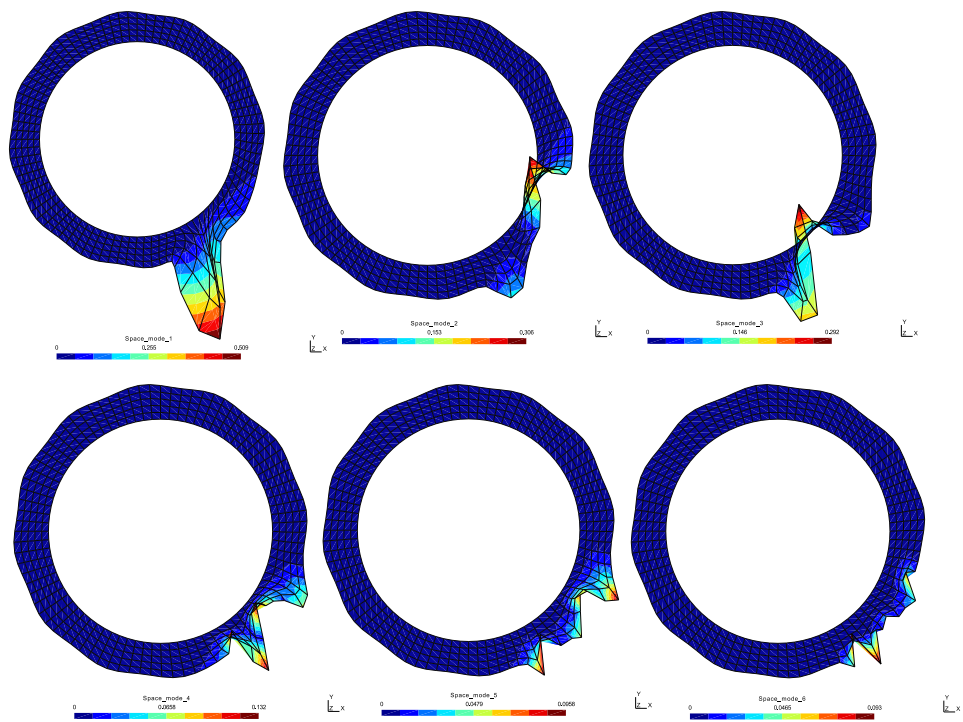


FIGURE 6 – Les premiers 6 modes spatiaux