

Analyse Isogéométrique pour les problèmes d'Optimisation de Forme des Structures Coques.

T. Hirschler¹, R. Bouclier², A. Duval¹, D. Crozes³, T. Elguedj¹, J. Morlier⁴

¹ Université de Lyon, INSA-Lyon, CNRS UMR5259, LaMCoS, France | {thibaut.hirschler, thomas.elguedj, arnaud.duval}@insa-lyon.fr

² Université de Toulouse, INSA-Toulouse, CNRS UMR5219, IMT, France | bouclier@insa-toulouse.fr

³ Airbus Group Innovations, France | damien.crozes@airbus.com

⁴ Université de Toulouse, ISAE Supaero-INSa-Mines Albi-UPS, CNRS UMR5312, Institut Clément Ader (ICA), France | joseph.morlier@isae-superaero.fr

Résumé — On s'intéresse ici à l'optimisation de forme isogéométrique de coques. Le processus de résolution s'appuie sur une approche multi-modèles, rendue possible par les procédures de raffinement des fonctions NURBS qui conservent la géométrie. Des éléments massifs coques sont mis en place pour la simulation des structures élancées. L'extension de l'optimisation de forme des coques à ces éléments a pu être appliquée avec succès au cas simple d'un tube sous pression interne et semble constituer un outil pertinent pour l'optimisation de forme d'aérostructures.

Mots clés — Analyse Isogéométrique, Optimisation de Forme, NURBS, Structures coques.

1 Introduction

Depuis 2005, l'analyse isogéométrique [2] suscite un intérêt grandissant. La méthode, qui vise à accélérer la chaîne CAO-Calcul, s'appuie sur les fonctions NURBS pour représenter d'une part la géométrie et, d'autre part pour effectuer l'analyse. Cette approche permet de représenter exactement la géométrie pour le calcul contrairement à la méthode des éléments finis classiques où le maillage vient approximer cette géométrie. Un autre atout est une meilleure précision de calcul offerte en partie par la continuité supérieure des fonctions NURBS en comparaison aux polynômes de Lagrange par exemple.

Une application de l'analyse isogéométrique peut être l'optimisation des structures et plus précisément les problèmes d'optimisation de forme [1, 5, 7]. Aujourd'hui, ces optimisations sont délaissées dans les bureaux de calcul compte tenu de la complexité et du temps de mise en place de ces études. Une simplification et une amélioration des outils d'optimisation restent un enjeu et pourraient démocratiser leur utilisation. Dans le cadre de l'analyse isogéométrique, le modèle de calcul est construit à l'aide de fonctions NURBS faisant de lui également un objet géométrique. De ce fait, une fois la structure optimisée, il n'est pas nécessaire de re-dessiner la pièce à l'aide d'un logiciel CAO mais le résultat est directement exploitable. En phase de prototypage, la méthode s'avère donc très intéressante et est en rupture avec la méthode des éléments finis classiques, qui nécessite quant à elle une génération successive de modèles CAO et d'étapes de maillage.

De plus, le processus d'optimisation de forme mis en place ici se base sur une approche multi-modèles. D'un côté, un modèle de *design* permet de définir les variables de *design*, et d'un autre côté, un modèle d'analyse permet d'effectuer les calculs. Ces deux modèles représentent exactement la même géométrie qui sera optimisée au cours du calcul, et sont finalement qu'un raffinement l'un de l'autre. Le modèle de *design* est relativement creux, c'est-à-dire construit avec des fonctions NURBS avec peu de points de contrôle, afin de limiter l'espace de *design* à des géométries suffisamment simples en vue d'une future industrialisation. Au contraire, le modèle d'analyse est choisi riche afin de garantir une bonne qualité de calcul.

Enfin, les structures élancées sont modélisées par des éléments massifs coques [6]. Ces éléments sont souvent utilisés par l'ingénieur du fait de leur simplicité de formulation, basée sur les éléments continus 3D. Ainsi, ces éléments permettent par exemple d'incorporer des relations de comportement 3D générales, et de décrire simplement des conditions de contact et de raccords. L'utilisation de modèles isogéométriques de structure coques type Kirchhoff-Love [3] ou Reissner-Mindlin [4] peut s'avérer fastidieux

et ce particulièrement pour les structures complexes où les non-linéarités géométriques sont nombreuses. C'est donc avec intérêt qu'on se propose d'étendre la méthode d'optimisation de forme des coques aux éléments massifs coques. A l'heure actuelle, il semble que la plupart des travaux en optimisation isogéométrique de coques envisagent des éléments Kirchhoff-Love [5]. Rien ne paraît avoir été proposé avec des éléments massifs coques. L'étude du cas d'un tube sous pression permet d'observer et de valider le bon fonctionnement de l'approche proposée. Ces travaux préliminaires semblent constituer une approche pertinente pour l'optimisation de forme des structures aéronautiques.

2 Optimisation de forme isogéométrique

L'approche multi-modèles est tirée des travaux de Kiendl *et al.* [5]. Dans ces travaux, il a été exploré les potentiels de l'analyse isogéométrique pour les problèmes d'optimisation des structures coques, modélisées à l'aide d'éléments à 3 degrés de liberté, type Kirchhoff-Love. Ils ont montré l'intérêt de définir par des degrés de raffinement différents les modèles de *design* et d'analyse. Cette approche a été adoptée pour ces travaux et est brièvement présentée dans cette section.

2.1 Construction des modèles de *Design* et d'Analyse

2.1.1 Approche multi-modèles

L'utilisation de l'analyse isogéométrique offre la possibilité de définir de manière indépendante les raffinements des modèles de *design* et d'analyse. L'idée est donnée en figure 1. Les modèles d'optimisation et de d'analyse représentent la même géométrie. Ce qui les différencie est la densité de leur polygone de contrôle. Ainsi, un modèle de *design* creux associé à un modèle d'analyse riche permet d'obtenir, pour des faibles temps de calcul, une géométrie optimale simple et de bonne qualité.

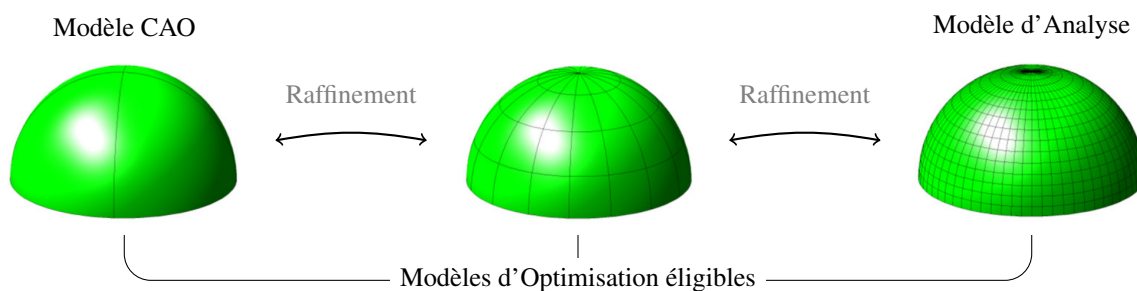


FIGURE 1 – Optimisation de forme dans le cadre de l'IGA ; l'optimisation peut s'effectuer sur le modèle CAO initial, sur le modèle fin d'analyse, ou pour des niveaux de raffinement intermédiaires.

2.1.2 Raffinements de fonctions NURBS

Le découplage entre les modèles de *design* et d'analyse est rendu possible dans le cadre de l'analyse isogéométrique. En effet, les fonctions NURBS possèdent des procédures de raffinement performantes et simples à mettre en place. Ces procédures visent à décrire les fonctions initiales NURBS en des nouvelles fonctions présentant des nombres supérieurs de points de contrôle. Les nouvelles fonctions NURBS peuvent avoir des degrés supérieurs qu'initialement.

Finalement, la communication entre les modèles présentés en figure 1 s'effectue à l'aide de matrices de passage, traduction de la linéarité des procédures de raffinement. Les expressions de ces matrices dépendent des niveaux de raffinement choisis entre les modèles.

2.2 Algorithme

Un algorithme est mis en place afin de résoudre les problèmes d'optimisation de forme. La caractéristique principale de la procédure est la présence de deux modèles raffinés différemment de *design* et d'analyse. L'idée générale de l'approche adoptée pour la résolution des problèmes d'optimisation de forme des structures est décrite en figure 2.

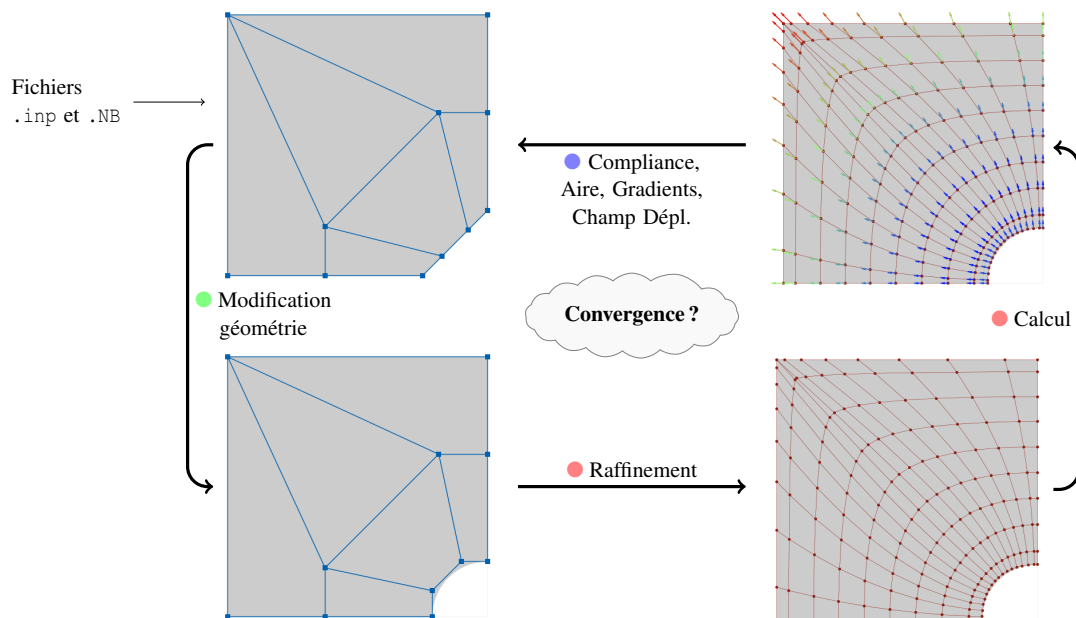


FIGURE 2 – Processus mis en place pour les problèmes d’optimisation de forme.

La mise en données s’effectue à partir de deux fichiers définissant les données géométriques et mécaniques. Ensuite tant que la convergence n’est pas atteinte et que la fonction coût n’est pas minimisée, le processus itère ainsi :

- **Mise à jour de la géométrie** : Cette étape fait appel à un algorithme d’optimisation utilisé comme une *boîte noire*. On se limitera dans ces travaux aux deux algorithmes couramment utilisés pour les problèmes d’optimisation des structures ; les algorithmes de premier ordre *Sequential Quadratic Programming* (SQP) et *Method of Moving Asymptote* (MMA). Ces algorithmes ont comme arguments les variables d’intérêt ainsi que leurs gradients au regard des coordonnées des points de contrôle. De cette étape résulte un nouveau polygone de contrôle (réseau de points bleus sur la figure 2), modifiant la géométrie afin de minimiser la fonction coût.

- **Modèle d’analyse et calcul** : L’étape d’analyse se fait en deux sous-étapes. La première consiste à mettre à jour le modèle d’analyse. Pour ce faire, on utilise les matrices de passage comme introduit en section 2.1. Elles permettent de calculer les nouvelles coordonnées des points de contrôle du modèle fin d’analyse (réseau de points rouges sur la figure 2). Une fois cette mise à jour faite, le calcul peut se faire ; c’est la seconde étape.

- **Variables d’intérêt et gradients** : Les résultats d’analyse sont utilisés pour calculer les variables d’intérêt qui forment le problème d’optimisation (aire ou volume, compliance, déplacement local, etc.). De plus, il s’agit de déterminer les gradients de ces variables au regard des coordonnées des points de contrôle mobiles. Le calcul des gradients se fait de manière semi-analytique. Un calcul semi-analytique offre un bon compromis en terme de difficulté d’implémentation, de précision et de coût de calcul. Plus encore, c’est ce qui permet d’avoir une approche multi-modèle avec des modèles de *design* et d’analyse de raffinement et d’ordre polynomial différent. Selon la fonction coût considérée, des expressions analytiques existent mais nécessitent généralement une représentation de la solution du maillage fin d’analyse sur le maillage creux de *design*. Une telle procédure, en plus d’être relativement coûteuse en temps de calcul, peut nuire considérablement à la qualité du résultat obtenu. Finalement, les grandeurs d’intérêt et les gradients sont à nouveau les entrées de l’algorithme d’optimisation et le processus peut itérer.

3 Applications aux structures coques

L’algorithme mis en place est testé sur des cas simples pour lesquels la solution optimale est connue. Il existe plusieurs exemples auxquels il peut être intéressant de confronter le processus d’optimisation. Dans cette section est présenté le cas d’un tube sous pression. Cet exemple est présenté et traité dans un

cadre isogéométrique par Kiendl *et al.* [5]. Pour leurs travaux, ils ont utilisé des éléments de structure coque type Kirchhoff-Love. Ici, il s'agit de montrer qu'il est également possible d'utiliser des éléments massifs coques pour ce problème simple. L'intérêt d'étendre l'utilisation de ces éléments aux problèmes d'optimisation de forme est multiple. Cela permet par exemple de traiter des cas de coques épaisses pour lesquels la cinématique de Kirchhoff-Love manque de cohérence. Aussi, il apparaît alors envisageable d'optimiser des structures plus complexes, de type panneau raidi ou tronçon de fuselage. Le problème des raccords entre les sous-structures se fait de façon plus naturelle.

3.1 Tube sous pression

Le but est de modifier la section du tube afin de maximiser sa rigidité globale. Cela revient à minimiser la compliance ou encore l'énergie de déformation élastique. Mathématiquement, le problème peut être vu comme

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{n_s}} \quad & f(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{U} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbb{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \end{aligned} ,$$

où \mathbb{K} est la matrice de rigidité issue d'une résolution isogéométrique, \mathbf{F} le vecteur d'effort et \mathbf{U} les degrés de liberté du système. Ces quantités dépendent des différentes variables continues de design s_i . Ainsi définie, la fonction coût est une forme quadratique permettant l'utilisation d'algorithmes d'optimisation basés sur des méthodes de gradients.

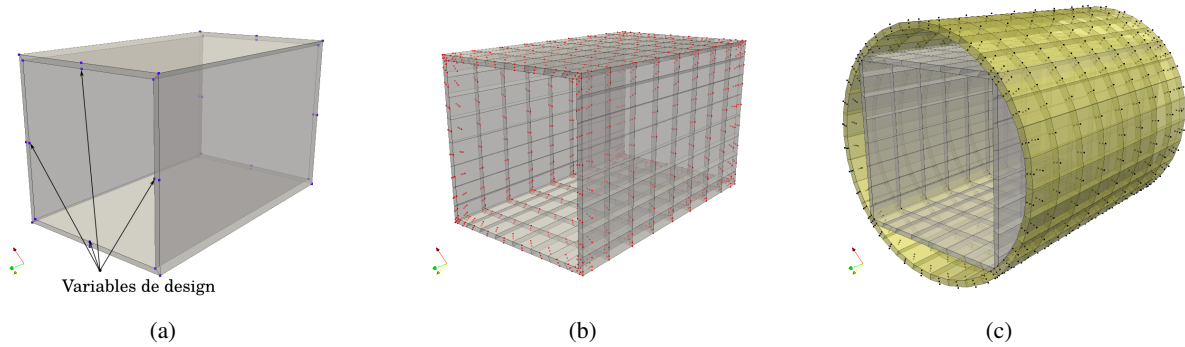


FIGURE 3 – Problème d'optimisation de forme d'un tube sous pression ; (a) modèle de design, (b) modèle d'analyse, et (c) solution optimale à obtenir c'est-à-dire un tube à section circulaire.

Numériquement, les modèles d'optimisation et d'analyse sont construits à l'aide d'éléments isogéométriques massifs coques. La figure 3 montrent ces modèles dans leur configuration initiale. Afin de limiter le nombre de variables de *design* le modèle d'optimisation est construit avec des fonctions NURBS de degré faible (1 selon l'épaisseur et la longueur, 2 selon la circonférence). Le modèle d'analyse contient quant à lui, un nombre supérieur d'éléments de degrés plus élevés. Un degré 2 est choisi selon l'épaisseur ; cela permet de représenter correctement la flexion de la coque (voir Bouclier *et al.* [6]). Un degré jusqu'à 5 est défini dans les directions longitudinales pour limiter au mieux les phénomènes de verrouillage. La solution du problème étudié est alors une tube à section circulaire. Cela s'explique car une section circulaire garantit que la structure travaille seulement en membrane et non en flexion.

Un paramétrage est mis en place afin de pouvoir modifier la géométrie. Ce paramétrage est effectué sur le modèle creux contenant peu de points de contrôle. L'utilisation d'éléments massifs coques rend simple le calcul des structures minces en comparaison à des formulations coques classiques. Cependant, pour les problèmes d'optimisation il est un peu plus fastidieux d'utiliser les éléments massifs coques. Les modifications de géométrie ne sont pas totalement intuitives et des contraintes entre les points de contrôle mobiles doivent être formulées. En effet, une structure modélisée par des éléments massifs coques contient deux peaux ; une peau supérieure et une peau inférieure. Les formes de ces deux peaux ne peuvent pas être modifiées indépendamment l'une de l'autre au risque qu'elles s'intersectent. En fait, on vient modifier qu'une seule des peaux, et on contraint la seconde de sorte qu'elle épouse une forme similaire. L'utilisation des éléments massifs coques donnent également la possibilité de jouer sur l'épaisseur de la structure étudiée pour l'optimisation. La prise en compte de l'épaisseur comme paramètre de

design peut être intéressant dans le cas de structures épaisses. Ainsi pour le cas du tube, les quatre points de contrôle qui permettent de décrire la peau intérieure (pointés sur la figure 3(a)) sont mobiles indépendamment les uns des autres. Quatre variables de *design* supplémentaires sont nécessaires pour paramétrer les points de contrôle de la peau extérieure et pour décrire les modifications selon l'épaisseur. Les mêmes variables de *design* sont utilisées pour paramétrer la section arrière du tube. Finalement, le paramétrage du tube nécessite un total de huit variables de *design*.

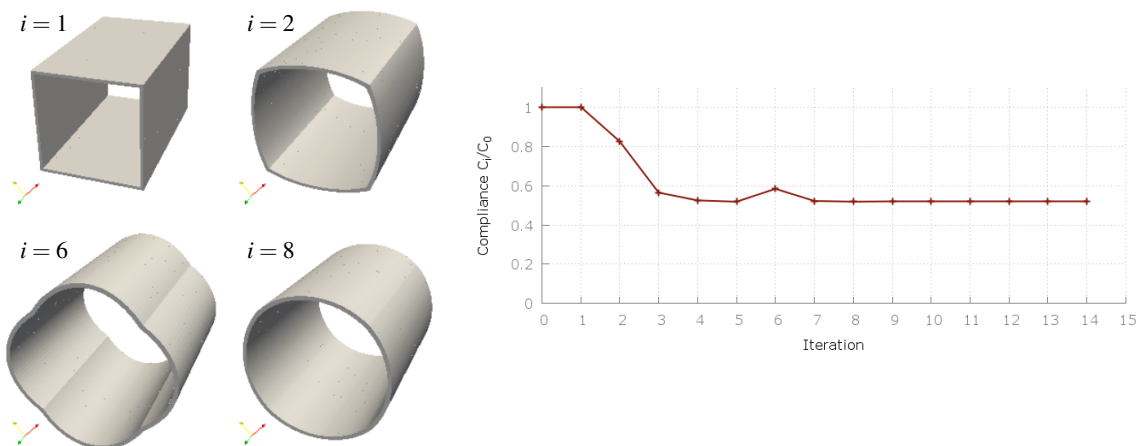


FIGURE 4 – Evolution de la géométrie du tube ainsi que de la compliance au cours du calcul d'optimisation. Résultat obtenu avec l'algorithme MMA et une tolérance relative de $10e-4$ sur les variables de *design* et sur la compliance.

Un exemple d'évolution de la géométrie au cours du processus d'optimisation est présenté en figure 4. La géométrie évolue jusqu'à converger vers une géométrie optimale avec une section circulaire. C'est le résultat qui était attendu. L'exemple du tube sous pression permet de valider l'approche mise en place, et a permis de montrer l'extension des éléments massifs coques pour l'optimisation des structures minces pour des cas simples.

3.2 Applications visées

Par la suite, les outils développés seront confrontés à des aérostructures types structures minces raidies. L'objectif est d'être capable par exemple de générer des *super-raidisateurs* dont la forme est optimisée pour maximiser un critère de flambage. L'extension de la méthode utilisée dans ces travaux dans un cadre de géométries complexes et régimes fortement non-linéaires apparaît envisageable grâce à l'utilisation d'éléments massifs coques.

4 Conclusions et Perspectives

Une approche basée sur l'analyse isogéométrique pour la résolution des problèmes d'optimisation de forme de coque a été implémentée. La caractéristique principale permise par l'utilisation des fonctions NURBS est la possibilité d'effectuer un raffinement entre les modèles de *design* et d'analyse. Dans ces travaux, la stratégie est étendue à l'utilisation d'éléments massifs coques pour la simulation. L'algorithme est testé sur un tube mince sous pression interne. Partant d'une section rectangulaire, le processus itère jusqu'à obtenir une section circulaire garant d'une rigidité maximale. La qualité des résultats obtenus laisse envisageable d'adapter le processus de résolution à des cas plus complexes de structures minces, type aérostructures.

Références

- [1] W.A. Wall, M.A. Frenzel, C. Cyron. *Isogeometric structural shape optimization*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, pages 2976-2988, 2008.

- [2] J.A. Cottrell, T.J.R. Hughes, Y. Bazilevs. *Isogeometric analysis : Toward Integration of CAD and FEA*, Wiley, 2009.
- [3] J. Kiendl, K.-U. Bletzinger, J. Linhard, R. Wüchner. *Isogeometric shell analysis with Kirchhoff–Love elements*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, pages 3902-3914, 2009.
- [4] D.J. Benson, Y. Bazilevs, M.C. Hsu, T.J.R. Hughes. *Isogeometric shell analysis : the Reissner–Mindlin shell*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, pages 276–289, 2010
- [5] J. Kiendl, R. Schmidt, R. Wüchner, K.-U. Bletzinger. *Isogeometric shape optimization of shells using semi-analytical sensitivity analysis and sensitivity weighting*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, pages 148-167, 2014.
- [6] R. Bouclier, T. Elguedj, A. Combescure. *An isogeometric locking-free NURBS-based solid-shell element for geometrically nonlinear analysis*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, pages 774-808, 2015.
- [7] D. Fußeder, B. Simeon, A.-V. Vuong. *Fundamental aspects of shape optimization in the context of isogeometric analysis*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, pages 313–331, 2015.