

# Reconstruction automatique et validation de structures 3D optimisées topologiquement

Vincent. François, Jean-Christophe Cuillière, Alexandre Nana

*ERICCA, Département de Génie Mécanique, Université du Québec à Trois-Rivières, {francois@uqtr.ca}*

**Résumé** — Ce papier présente une méthode automatique de reconstruction d'un modèle CAO à partir d'un résultat d'optimisation topologique. Une triangulation de la frontière du modèle optimisé est lissée. Elle est ensuite mise sous forme d'un squelette afin de construire un modèle structurel. Ce squelette est ensuite transformé en un ensemble de poutres normalisées. Ces poutres, associées à la partie non design du modèle de départ, constituent le modèle CAO reconstruit. Un calcul par éléments finis hybride poutres-volumes permet de valider le résultat d'optimisation et de reconstruction.

**Mots clefs** — Optimisation de Topologie, Modèle CAO, Reconstruction automatique.

## 1. Introduction

L'optimisation de topologie [1] est étudiée depuis longtemps mais elle n'a été introduite dans le processus de CAO que récemment. Ce nouveau contexte permet d'en entrevoir une utilisation plus importante et plus systématique [2, 3]. Actuellement, le résultat d'une optimisation topologique ne permet pas d'être utilisé pour être réintroduit dans la boucle de conception. Certaines solutions commerciales existent (TOSCA<sup>®</sup> de Dassault Systèmes, OptiStruct<sup>®</sup> de Altair, etc.) mais cela revient à reconstruire un nouveau modèle plus ou moins manuellement. L'objectif de ce travail est d'exploiter automatiquement le résultat d'une optimisation topologique et ainsi permettre de réutiliser la pièce calculée dans le reste du processus de CAO/FAO. De plus, l'optimisation topologique génère des pièces qui sont très difficiles à fabriquer en utilisant les techniques de fabrication classiques mais qui peuvent l'être par la fabrication additive.

## 2. Optimisation de topologie

L'optimisation de topologie utilisée [1-3] dans le cadre de ce travail est une implémentation de la méthode SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization). Cette méthode consiste à minimiser la compliance  $\tilde{C}$  d'un modèle en pénalisant le module de Young par une fonction densité  $\rho(x, y, z)$  :

$$\tilde{E}(x, y, z) = E \cdot (\rho(x, y, z))^p \quad (1)$$

où  $p$  est le coefficient de pénalisation ( $p=3$  ici)

Le problème d'optimisation SIMP s'écrit alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \tilde{C} = \{\tilde{U}\}^t \cdot [\tilde{K}] \cdot \{\tilde{U}\} \\ \text{avec} \left\{ \begin{array}{l} [\tilde{K}] \cdot \{\tilde{U}\} = \{F\} \\ \frac{\tilde{V}}{V_{opt}} = f \\ \tilde{E}(x, y, z) = E \cdot (\rho(x, y, z))^p \\ 0 < \rho(x, y, z) \leq 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2)$$

où les variables avec le signe  $\sim$  sont des variables affectées par le champ de densité  $\rho(x, y, z)$ .

$[\tilde{K}]$  : matrice de rigidité du modèle.

$\{\tilde{U}\}$  : vecteur des déplacements aux nœuds.

$V_{opt}$  : volume à optimiser

$\tilde{V}$  : volume optimisé

$f$  : fraction volumique souhaitée

Un calcul d'optimisation (figure 1) consiste à définir avec un logiciel de CAO un modèle à optimiser en distinguant des zones de design et de non design. Les zones de design sont les zones où l'algorithme d'optimisation agit et les zones de non design sont celles où il n'y a aucune optimisation. Elles correspondent en général à des zones fonctionnelles. L'algorithme d'optimisation est ensuite utilisé pour obtenir un résultat sous forme d'une fonction  $\rho(x, y, z)$  qui minimise la compliance.

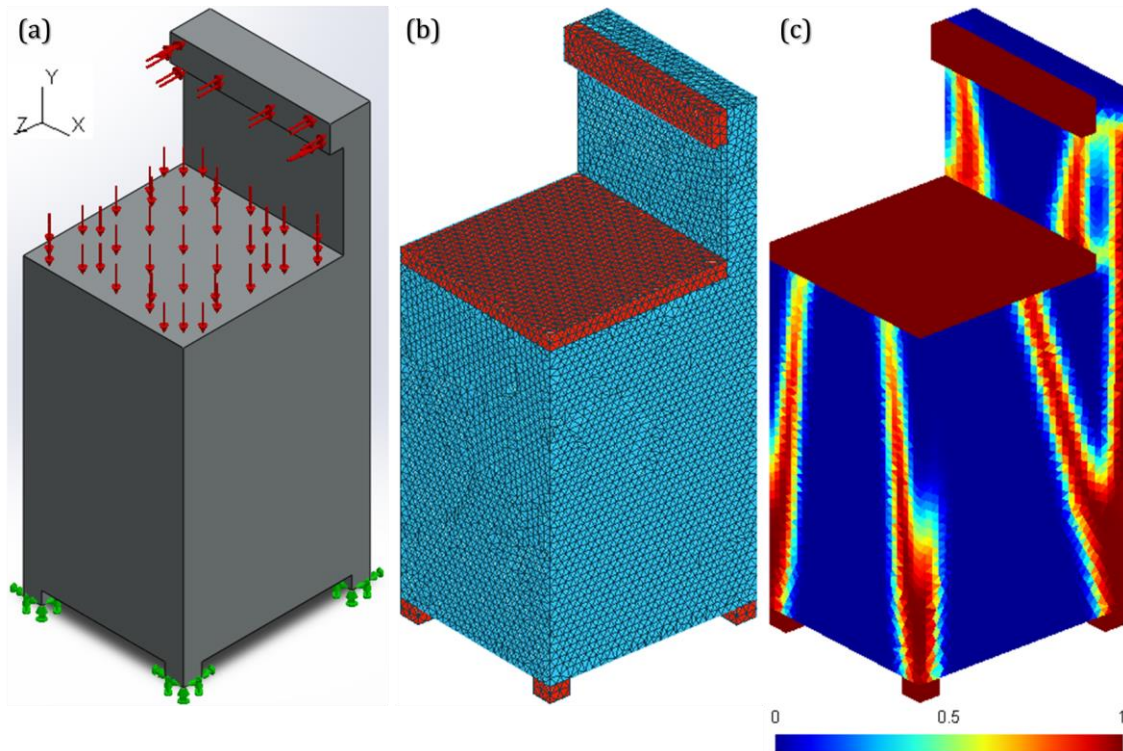


Figure 1 – Modèle à optimiser. (a) chargements et conditions aux limites (b) design en bleu et non design en rouge (c)  $\rho(x, y, z)$  après optimisation

### 3. Construction d'un modèle structurel à partir d'une optimisation topologique

L'application de l'optimisation topologique génère deux types de formes, selon les valeurs de  $f$  utilisées :

- des formes volumiques ou massives si la valeur de  $f$  spécifiée est élevée
- des formes se rapprochant de structures composées de poutres si la valeur de  $f$  spécifiée est basse

Dans ce papier, nous présentons une méthode de construction d'un modèle CAO à partir des résultats de l'optimisation topologique dans le deuxième cas (figure 2). C'est-à-dire que nous désirons construire des structures de poutres. Cette méthode est implantée dans un environnement intégré CAO/Calcul/optimisation [4] qui utilise OpenCascade[5] comme modelleur CAO, Code\_Aster[6] comme code éléments finis et gmsh[7] comme outil de visualisation.

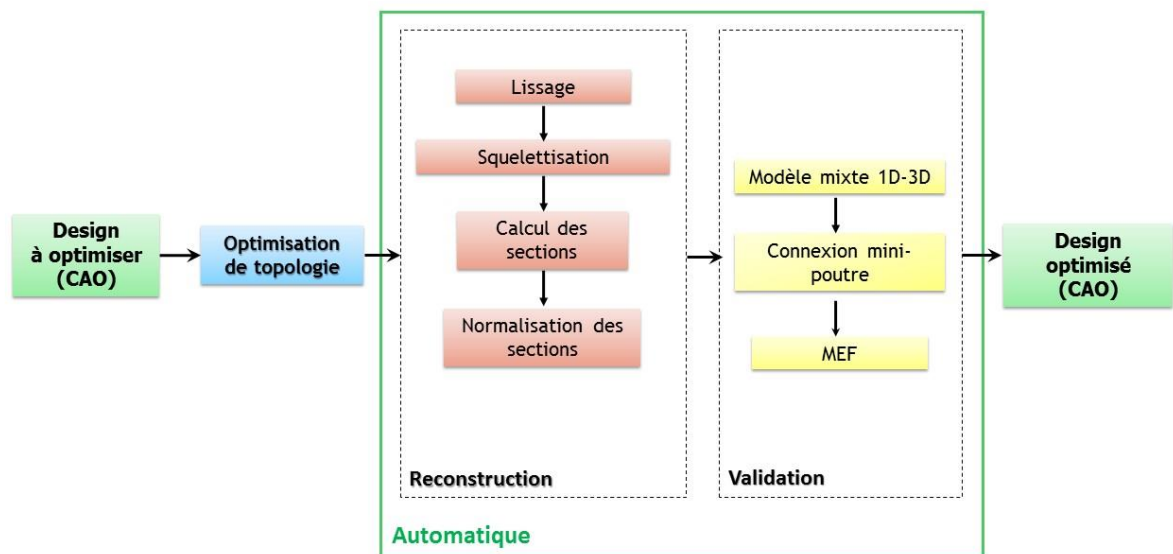


Figure 2 – Algorithme de reconstruction et de validation d'un modèle CAO structurel

Le résultat de l'optimisation de topologique est une fonction  $\rho(x, y, z)$  comprise entre 0 et 1. La première étape est d'éliminer toutes les mailles pour lesquelles  $\rho < \rho_{seuil}$  pour obtenir un modèle de départ (figure 3a). En pratique nous avons démontré [2] qu'une valeur de  $\rho_{seuil} = 0.45$  permet de respecter au mieux la valeur de fraction volumique  $f$ . La phase suivante consiste à s'assurer que l'ensemble des mailles qui forment le volume optimisé soit continu et manifold. Pour cela, nous pouvons ajouter des mailles autour des connexions non manifold ou retirer des mailles si nous avons des petits ensembles de matière non attachés. Nous obtenons alors un continu et manifold, tel qu'illustré sur la figure 3b. Puisque ce modèle est issu de mailles éléments finis tétraédriques non structurées, il possède des frontières très irrégulières. Pour améliorer la définition des frontières, nous

appliquons un lissage de celles-ci pour obtenir un modèle avec des frontières mieux définies (figure 3c). Aucune méthode de lissage traditionnelle ne permet d'obtenir un résultat convenable. Pour lisser la frontière initiale tout en conservant une triangulation valide, nous utilisons une méthode de lissage basée sur un laplacien pondéré [8].

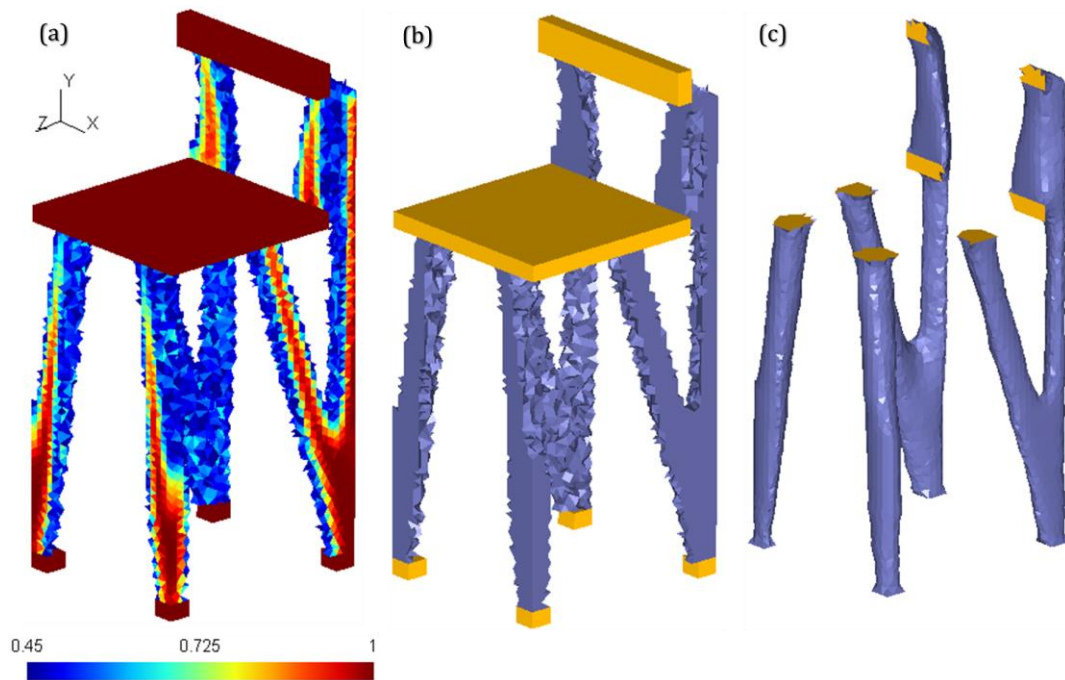


Figure 3 – Modèle optimisé à transformer en modèle CAO. (a) Ensemble des mailles retenues pour constituer le modèle optimisé (b) Modèle optimisé avec les parties non design (en jaune) et les partie design (en gris) (c) design du modèle optimisé lissé.

Comme ce type de lissage tend à réduire le volume, nous minimisons son utilisation à 1 ou 2 itérations puis nous appliquons ensuite une technique de lissage qui permet de conserver le volume [9] tout en maintenant un maillage valide si le maillage initial est assez lisse.

L'obtention d'un modèle lissé permet d'entreprendre la phase de reconstruction d'un modèle CAO. À partir de la définition des frontières lisses (figure 3c), le squelette [10, 11] de la partie optimisée est calculé. Le squelette calculé est ensuite transformé en une succession de lignes droites pour obtenir un squelette qui sert de support à une structure constituée de poutres normalisées. L'objectif de cette normalisation est de rendre la structure fabricable par des méthodes de fabrications classiques. Le modèle obtenu est donc constitué de la partie non design qui reste volumique et de la partie design qui est maintenant sous forme de poutres (figure 4a). La phase suivante consiste à déterminer les propriétés de section des poutres normalisées. Considérant les méthodes d'optimisation et de lissage utilisées, la forme des sections des poutres s'approche en général d'un disque. Le seul paramètre à déterminer est donc, pour chaque poutre, le rayon de ce disque. À partir du squelette normalisé (figure 4b) et de la définition des surfaces (figure 3c) le rayon de la section de chaque poutre est calculé en moyennant le rayon le long de la poutre considérée (figure 4c). Nous obtenons donc un modèle CAO composé de parties volumiques et de parties structurales composées de poutres de section circulaire.

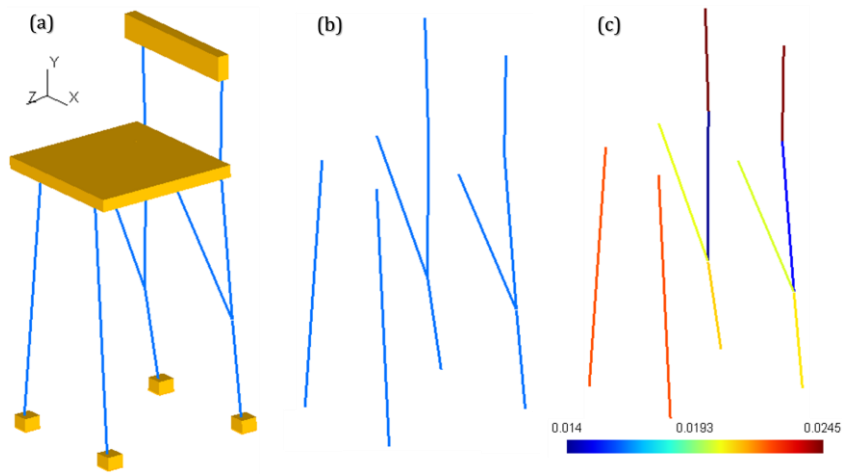


Figure 4 – Modèle optimisé à transformer en modèle CAO. (a) Modèle optimisé avec des poutres normalisées pour la partie design et des volumes pour la partie non design (b) Partie design du modèle optimisé (c) Rayon des poutres normalisées

Ce modèle CAO est ensuite transformé en un modèle de calcul par éléments finis afin de vérifier que la structure reconstruite se rapproche du résultat d'optimisation initial. Pour cela, un modèle éléments finis mixte poutres-volumes est construit. La validité du modèle éléments finis est assurée en utilisant un couplage entre les éléments finis de poutres et les éléments finis volumiques en deux étapes distinctes [12] :

- la connexion poutres – éléments volumiques tétraédriques est réalisée en s'assurant que cette connexion se fasse sur un nœud du maillage.
- des mini-poutres (poutres de section infiniment rigide) sont superposées sur la section de connexion avec les éléments tétraédriques afin d'assurer une connexion rigide entre les poutres et les volumes (voir [12] pour plus de détails).

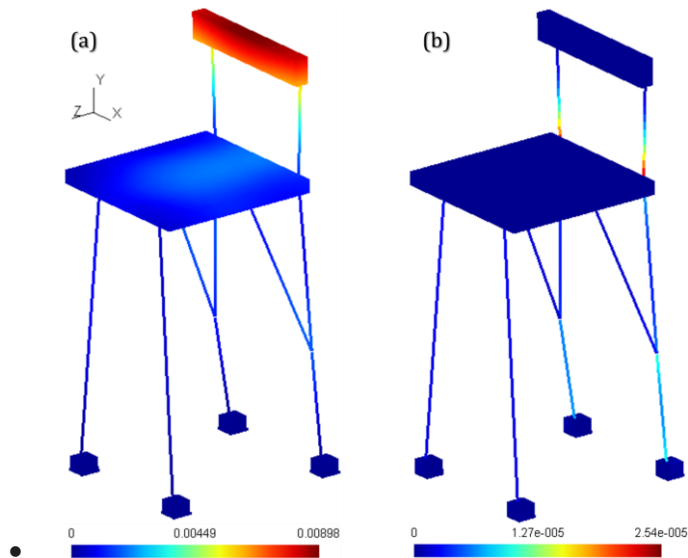


Figure 5 – Modèle éléments finis mixtes du modèle CAO reconstruit. (a) Déplacement (b) Énergie de déformation

Le résultat de ce calcul par éléments finis est montré sur la figure 5. On illustre répartition de la résultante de déplacement et de l'énergie de déformation qui sont les deux répartitions considérées dans l'optimisation par la méthode SIMP.

## 4. Validation

Afin de vérifier le processus de validation de la structure optimisée et notamment de l'étude par éléments finis mixtes, nous avons bâti un deuxième modèle éléments finis. À partir du résultat de lissage, un modèle éléments finis 3D, entièrement constitué d'éléments tétraédriques, est construit. Il représente le modèle de calcul le plus proche du résultat d'optimisation topologique et peut être utilisé comme outil de validation de la structure de poutres reconstruite. Par contre il ne constitue pas un modèle CAO en tant que tel et ne peut être utilisé que pour valider les calculs éléments finis.

## 5. Exemples

Une synthèse des résultats obtenus sur 3 cas est présentée à la table 1. Ces 3 cas sont : la chaise utilisée au cours des paragraphes précédents, un pont (figure 6) et un mat (figure 7). Dans ces deux derniers cas, nous pouvons observer le problème et le résultat d'optimisation puis le calcul de validation de la structure reconstruite et la validation par l'étude 3D éléments finis.

Table 1 – Résultat sur les cas tests

|  | <b>Chaise</b> | <b>Pont</b> | <b>Mat</b> |
|--|---------------|-------------|------------|
| Volume initial (m <sup>3</sup> )                       | 0.0618        | 501         | 1535       |
| Volume partie design (m <sup>3</sup> )                 | 0.059         | 444         | 1520       |
| f  | 0.08          | 0.04        | 0.03       |
| $\rho_{seuil}$   | 0.45          | 0.25        | 0.27       |
| Volume optimisé après lissage (m <sup>3</sup> )        | 0.00483       | 17.7        | 40         |
| Volume optimisé après reconstruction (m <sup>3</sup> ) | 0.00421       | 17.2        | 37.9       |
| Compliance modèle reconstruit (J)                      | 0.0088        | 296         | 73.5       |
| Compliance étude 3D (J)                                | 0.00546       | 266         | 21.6       |

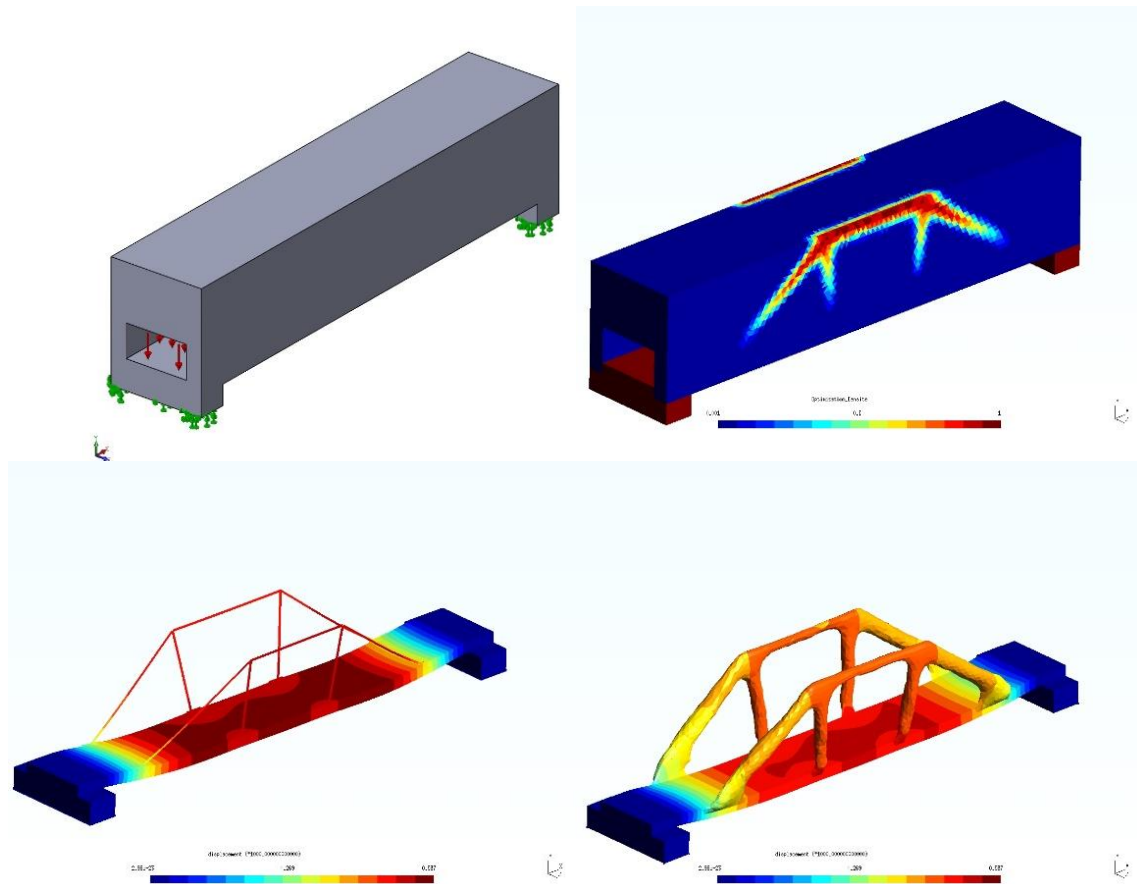


Figure 6 – Cas du pont

## 6. Analyse des résultats et conclusion

Les résultats montrent que le processus proposé permet de reconstruire un modèle CAO à partir d'une étude d'optimisation de topologie et ceci de manière complètement automatique. Ce modèle CAO peut être réintroduit ensuite dans le processus de CAO/FAO. Cependant, nous pouvons également observer que cette reconstruction augmente quelque peu la compliance par rapport au résultat en fin de calcul d'optimisation. Nous pouvons affirmer que notre algorithme de reconstruction permet d'obtenir une solution viable tout en n'altérant pas beaucoup le résultat d'optimisation topologique. Les travaux se poursuivent maintenant sur trois axes : le premier est d'améliorer le processus décrit dans ce papier en adaptant l'algorithme de squelettisation à notre contexte, afin d'en améliorer la performance. Le second est de permettre la génération de structures composées de poutres de sections de formes diverses. Cela permettrait de diminuer la compliance des structures reconstruites. Enfin, une autre avenue d'investigation est de proposer un algorithme de reconstruction de modèles CAO pour les cas où l'optimisation topologique aboutit à une solution de nature volumique.

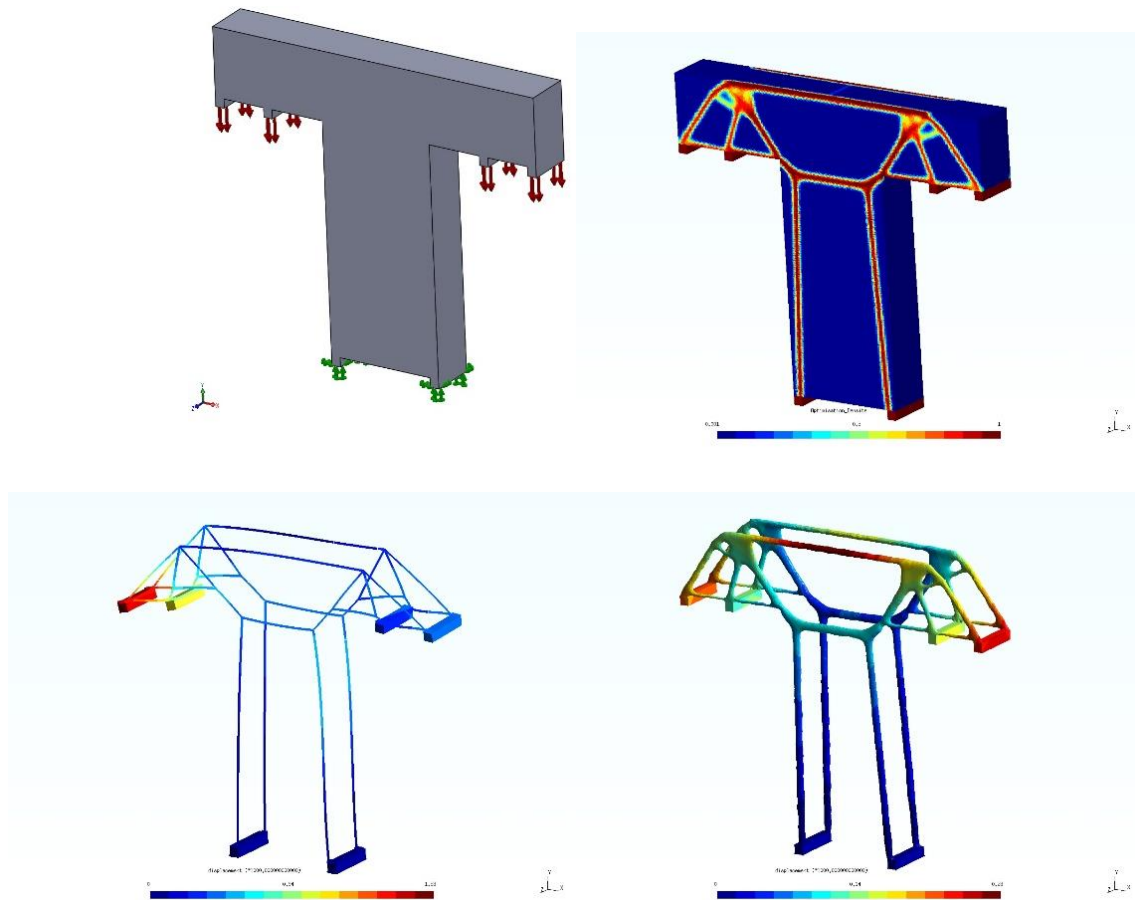


Figure 7 – Cas du mat

## Références

1. Bendsoe, M.P., *Optimization of structural topology, shape and material*. 1995: Springer.
2. Cuillière, J.C., V. Francois, and J.M. Drouet, *Towards the Integration of Topology Optimization into the CAD Process*. Computer-Aided Design and Applications, 2014. **11**(2): p. 120-140.
3. Nana, A., J.-C. Cuillière, and V. Francois, *Towards adaptive topology optimization*. Advances in Engineering Software, 2016. **100**: p. 290-307.
4. Cuillière, J.C. and V. Francois, *Integration of CAD, FEA and Topology Optimization through a Unified Topological Model*. Computer-Aided Design and Applications, 2014. **11**(5): p. 1-15.
5. *OpenCascade*. Available from: <http://www.opencascade.org/>.
6. *Code Aster*. Available from: <http://www.code-aster.org/>.
7. Geuzaine, C. and J.-F. Remacle, *Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2009. **79**(11): p. 1309-1331.
8. Clark, B., N. Ray, and X. Jiao. *Surface mesh optimization, and untangling with high-order accuracy*. in *International Meshing Roundtable*. 2012. San-José.
9. Chen, C.-Y. and K.-Y. Cheng, *A direction-oriented sharpness dependent filter for 3D polygon meshes*. Computers & Graphics, 2008. **32**(2): p. 129-140.
10. Cao, J., et al. *Point cloud skeletons via laplacian based contraction*. in *Shape Modeling International Conference (SMI), 2010*. 2010. IEEE.
11. Au, O.K.-C., et al., *Skeleton extraction by mesh contraction*. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2008. **27**(3): p. 44.
12. Cuillière, J.-C., S. Bournival, and V. François, *A mesh-geometry-based solution to mixed-dimensional coupling*. Computer-Aided Design, 2010. **42**(6): p. 509-522.