

# Simulation de l'endommagement dans les composites sous sollicitation dynamique

E. Prulière<sup>1</sup>, S. Metoui<sup>1,2</sup>, F. Dau<sup>1</sup>, A. Ammar<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Arts et Métiers ParisTech, Centre de Bordeaux, I2M, département DuMAS

<sup>2</sup>Arts et Métiers ParisTech, Centre d'Angers, LAMPA

---

**Résumé** — Dans ce papier, nous présentons brièvement une approche basée sur la PGD pour réduire les coûts de calcul lors de la simulation du comportement d'une plaque composite sous sollicitation dynamique. Le cas de l'impact basse vitesse avec endommagement (délaminage et fissuration matricielle) est présenté. La représentation séparée de type plan moyen/épaisseur, permet de fournir des résultats fiables avec un coût de calcul raisonnable.

**Mots clefs** — Impact, PGD, zones cohésives, réduction de modèle

---

## 1. Introduction

### 1.1. Contexte

L'utilisation massive des matériaux composites dans l'aéronautique est motivée par l'allègement des structures. La prévision des endommagements dans ces structures un enjeu important pour améliorer la durée de vie et la sécurité des avions. Les impacts peuvent entraîner plusieurs mécanismes d'endommagement allant d'endommagement difficile détectable à une perforation de la structure. Pendant le cycle de vie d'un avion, les structures composites subissent de nombreux impacts, comme par exemple des chutes d'outils durant la maintenance.

Dans cet article, nous considérons uniquement les impacts basse-vitesses. Le développement de simulations dynamiques efficaces prenant en compte l'endommagement des structures composites est confronté à plusieurs verrous scientifiques :

- Les structures composites ont généralement différentes échelles caractéristiques : de l'échelle de la microstructure à l'échelle de la pièce complète en passant par l'échelle du stratifié.
- La modélisation des dommages peut conduire à des difficultés numériques. Par exemple, l'utilisation des éléments cohésifs est un choix intéressant. Ce type d'élément est particulièrement adapté pour traiter des endommagements dont la localisation est connue a priori comme le délaminage. Les éléments cohésifs nécessitent un maillage très fin pour assurer une bonne stabilité numérique.
- Les schémas dynamiques explicites en temps entraînent une condition de stabilité sur le pas de temps qui peut être très pénalisante. D'un autre côté, les schémas implicites nécessitent la résolution de problèmes non linéaires souvent difficile à résoudre et coûteux en termes de calcul.

Ce travail est un premier pas vers le développement d'un modèle numérique capable de simuler le comportement complexe des stratifiés composites avec une bonne précision et un temps de calcul raisonnable. Pour atteindre cet objectif, une démarche basée sur la réduction de modèle est choisie. La méthode PGD est utilisée pour sa capacité à construire

### 1.2. Description sommaire de la PGD

La PGD a été développée initialement par Ladeveze pour des problèmes espace/temps dans le contexte de la méthode LATIN [1]. Ammar et al ont généralisé cette méthode pour des problèmes multi dimensionnels [2]. La PGD est basée sur une représentation séparée de la solution qui permet de réduire de façon potentiellement importante la taille des problèmes paramétriques et multi-dimensionnels.

La représentation séparée d'une fonction  $u$  quelconque (déplacement, température, vitesse, ...) qui dépend d'un nombre  $D$  de coordonnées et/ou paramètres  $x_1, \dots, x_D$  s'écrit :

$$u(x_1, \dots, x_D) \approx \sum_{i=1}^N F_i^1(x_1) \times \dots \times F_i^D(x_D)$$

Toutes les fonctions  $F_i^j$  sont inconnues a priori et donc à déterminer.

Cette représentation de la solution est injectée dans la forme faible de l'équation à résoudre. La solution est construite itérativement avec un algorithme glouton qui consiste à enrichir plusieurs fois l'approximation existante. L'étape d'enrichissement consiste à déterminer un produit de fonctions ce qui est un problème non linéaire. Une méthode des directions alternées est ainsi utilisée pour linéariser les équations à résoudre.

## 2. Modèle

Le problème à résoudre consiste à trouver le champ de déplacement  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix}$  vérifiant l'équation de la dynamique sous forme faible :

$$\iint_{\Omega} \rho \mathbf{u}^* \cdot \ddot{\mathbf{u}} \, d\Omega + \iint_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) : (\mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})) \, d\Omega = \int_{\Gamma} \mathbf{T}_{ext} \cdot \mathbf{u}^* \, d\Gamma$$

où  $\ddot{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{v}} \\ \ddot{\mathbf{w}} \end{pmatrix}$  est le vecteur accélération,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  est le tenseur de déformation,  $\Omega$  est le volume de la structure étudiée (plaque),  $\Gamma$  est sa surface et  $\mathbf{T}_{ext}$  est le vecteur des contraintes extérieures au domaine.  $\mathbf{A}$  est un tenseur d'ordre 4 contenant la loi de comportement du matériau.

Pour la résolution numérique à chaque pas de temps, une approximation sous forme des champs cinématiques (déplacement, vitesse et accélération) est utilisée. L'idée est de séparer les fonctions relatives aux plans moyens et à l'épaisseur.

- Champ de déplacement :

$$\mathbf{u}(x, y, z) \approx \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i(x, y) \circ \mathbf{G}_i(z) = \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} F_i^u \\ F_i^v \\ F_i^w \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} G_i^u \\ G_i^v \\ G_i^w \end{pmatrix}$$

- Champ de vitesse :

$$\dot{\mathbf{u}}(x, y, z) \approx \sum_{i=1}^n \dot{\mathbf{F}}_i(x, y) \circ \dot{\mathbf{G}}_i(z)$$

- Champ d'accélération :

$$\ddot{\mathbf{u}}(x, y, z) \approx \sum_{i=1}^n \ddot{\mathbf{F}}_i(x, y) \circ \ddot{\mathbf{G}}_i(z)$$

° désigne le produit de Hadamard,  $\mathbf{F}_i$ ,  $\dot{\mathbf{F}}_i$  et  $\ddot{\mathbf{F}}_i$  sont des fonctions vectorielles dépendant de la position dans le plan moyen (décrite par les coordonnées  $x$  et  $y$ ) d'une plaque composite et  $\mathbf{G}_i$ ,  $\dot{\mathbf{G}}_i$  et  $\ddot{\mathbf{G}}_i$  sont des fonctions vectorielles dépendant de la position dans l'épaisseur (décrite par la coordonnée  $z$ ).

L'intégration en temps est assurée par un schéma implicite de type Newmark qui est couplé à la PGD. Ce schéma permet d'utiliser un pas de temps indépendant de la taille du plus petit élément du maillage.

Un modèle de zone cohésive (MZC), également couplé à la PGD, a été choisi pour traiter les endommagements. Il permet de modéliser l'amorçage des fissures jusqu'à leur propagation. On s'intéresse plus particulièrement à la loi cohésive linéaire par morceaux de Crisfield[3]. Il permet de représenter le comportement d'interface à l'aide d'une loi liant l'effort d'interface à son ouverture.

### 3. Résultats

Afin de valider ce modèle numérique, on considère une plaque constituée de 12 plis de composite carbone/époxy, de dimension 60 mm×40 mm×3 mm. Le drapage du stratifié considéré est  $[90_3/0_3]_s$ . L'impacteur est de type hémisphérique de 12.7 mm de diamètre. La vitesse de l'impacteur est de 5 m/s. Le matériau est considéré comme orthotrope avec les propriétés élastiques suivantes :

- Module d'Young dans la direction des fibres :  $E_x = 157380$  MPa
- Module d'Young dans la direction transverse :  $E_y = E_z = 11873$  MPa
- Modules de cisaillement :  $G_{xy} = G_{yz} = G_{xz} = 5051$  MPa
- Coefficient de Poisson :  $\nu_{xy} = \nu_{yz} = \nu_{xz} = 0.31$

Chaque pli est représenté sous une forme séparée avec un élément dans l'épaisseur. Des éléments cohésifs sont disposés aux interfaces entre les plis d'orientations différentes permettant de représenter le délaminage (voir Figure 1). La fissuration de la matrice est la première étape du processus d'endommagement dans les structures composites stratifiées. Sous chargement de type impact, la fissuration matricielle s'amorce assez tôt au cours du chargement dans les plis inférieurs. Avec l'augmentation de la charge, les fissures se multiplient et traversent le pli. Une fois que les fissures transverses atteignent l'interface, le délaminage apparaît et se propage dans l'interface entre deux plis. Les éléments cohésifs pour la fissuration matricielle sont disposés le long de l'axe de symétrie de la poutre dans la direction des fibres. Ces fissures entraînent l'apparition du délaminage localisé à l'interface inférieure  $0^\circ/90^\circ$ . Le comportement associé à ces éléments cohésifs est donné par la loi cohésive linéaire par morceaux de Crisfield décrite précédemment.

Dans le modèle présenté, la force d'impact est calculée avec la loi non-linéaire de Hertz [4]. Les propriétés de l'impacteur hémisphérique utilisé pour le calcul de la force de contact sont :

- Module d'Young :  $E_i = 207$  GPa
- Coefficient de Poisson :  $\nu_i = 0.30$
- Masse volumique :  $\rho_i = 7800$  kg/m<sup>3</sup>
- Rayon de l'impacteur :  $R_i = 12.7$  mm

La Figure 2 montre des résultats de calcul utilisant ce modèle réduit comparé à un modèle identique sans réduction de modèle (modèle éléments finis). Le modèle PGD donne des résultats identiques avec une très bonne précision par rapport à l'approche éléments finis classique.

Les résultats numériques du modèle PGD sont aussi comparés à des résultats expérimentaux et numériques disponibles dans la littérature [5]. La PGD donne des résultats en accord avec les résultats expérimentaux concernant l'air de la surface délaminée, au moins d'un point de vue qualitatif.

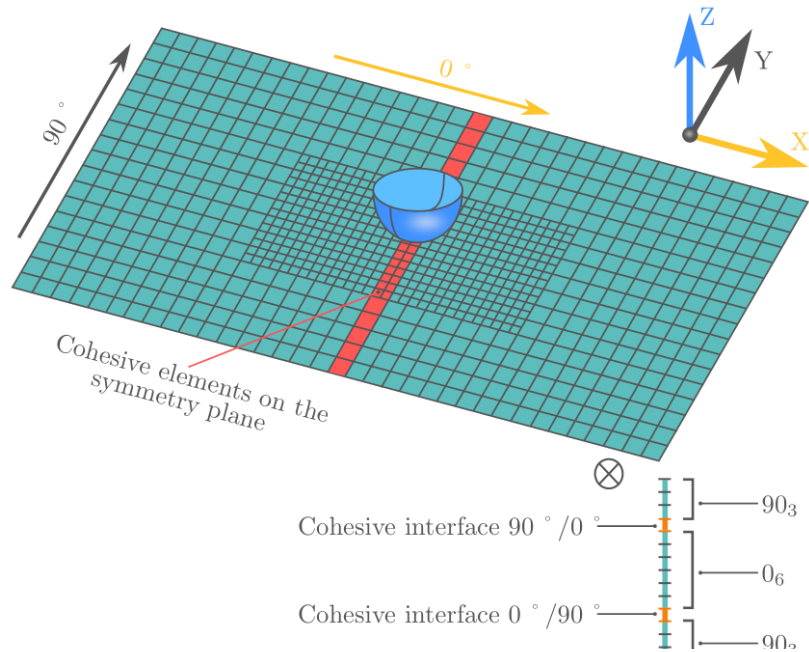
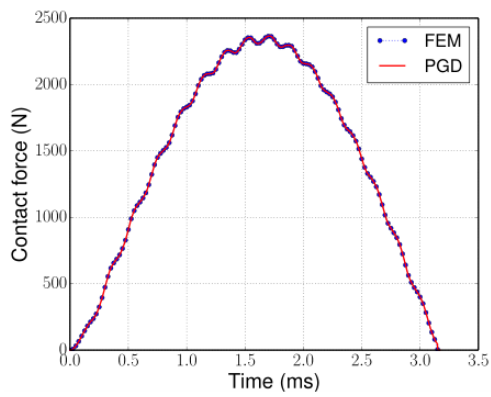
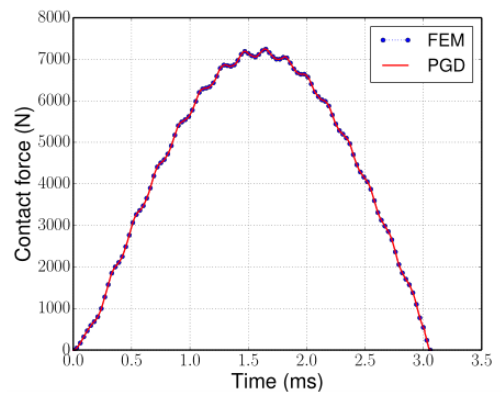


Figure 1 – Maillage sous forme séparée avec localisation des éléments cohésifs

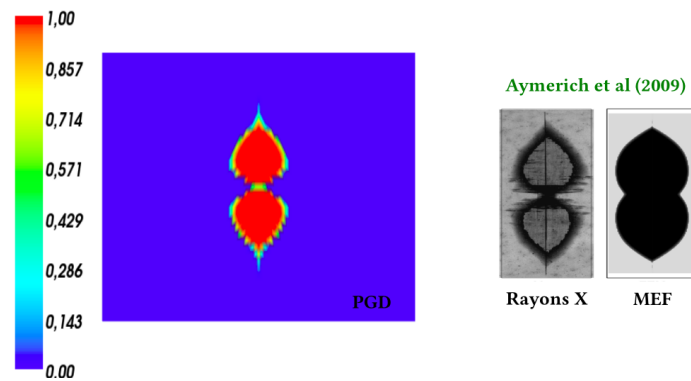


(a)  $V_0 = 1 \text{ m.s}^{-1}$

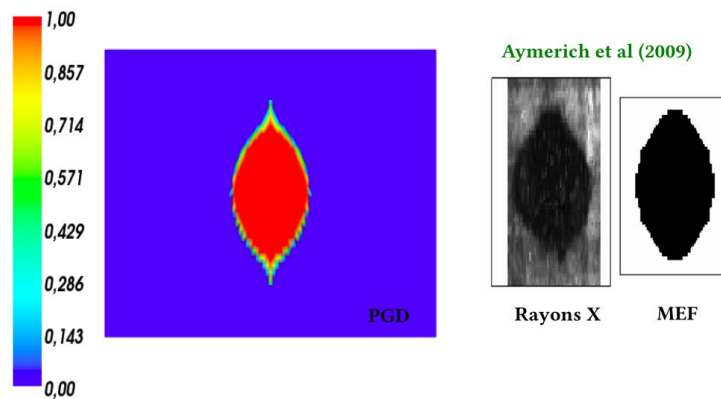


(b)  $V_0 = 3 \text{ m.s}^{-1}$

Figure 2 – Evolution de la force de contact pour deux vitesses initiales de l'impacteur, pour le modèle basé sur la PGD et pour le modèle éléments finis sans réduction



(a) Interface en bas  $0^\circ/90^\circ$



(b) Interface en haut  $90^\circ/0^\circ$

Figure 3 – Variables d'endommagement représentant les surfaces délaminées comparées aux résultats de la littérature [5]

## 4. Conclusion

Ce travail a permis de montrer la faisabilité de l'utilisation de la PGD avec une approche plan moyen/épaisseur pour des problèmes non linéaires complexes faisant intervenir à la fois de l'endommagement et des sollicitations d'impact.

Au final, la réduction des temps de calcul est réelle mais limitée à cause de la complexité des non-linéarités. La variable d'endommagement doit être évaluée en tout point à chaque enrichissement de l'approximation séparée ce qui finit par pénaliser les temps de calcul. Une autre approche pour traiter les non linéarités doit être développée pour pouvoir réduire de façon plus significative les temps de calcul.

## Références

- [1] A. Ammar, B. Mokdad, F. Chinesta, R. Keunings. A new family of solvers for some classes of multidimensional partial differential equations encountered in kinetic theory modeling of complex fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 139(3):153-176, December 2006.
- [2] P. Ladeveze, A. Nouy. On a multiscale computational strategy with time and space homogenization for structural mechanics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(28-30):3061-3087, July 2003.
- [3] G. Alfano, M.A. Crisfield. Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: mechanical and computational issues. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50(7):1701–1736, 2001.
- [4] T.M. Tan, C.T. Sun. Use of static indentation law in the impact analysis of laminated composite plates, *Journal of Composite Materials*, 52:6–12, 1985
- [5] F. Aymerich, F. Dore, P. Priolo. Simulation of multiple delaminations in impacted cross-ply laminates using a finite element model based on cohesive interface elements. *Composites Science and Technology*, 69(11-12):1699–1709, 2009.