

Critère unifié pour la modélisation de l'endurance en fatigue sous chargement combiné : statique et vibratoire

B. Bholah^{1,2}, Y. Guilhem¹, J. Jaravel², S. Pommier¹

¹ LMT, ENS Paris-Saclay, CNRS, Université Paris Saclay, France, {sylvie.pommier, yoann.guilhem}@ens-paris-saclay.fr

² Safran Helicopter Engines, France, {julien.jaravel, bhimal.bholah}@safrangroup.com

Résumé — Les pales de compresseur dans un turbomoteur sont soumises à des sollicitations de fatigue complexes dues à la superposition des chargements statiques et dynamiques. Les méthodes justificatives pour la tenue en fatigue des composants aéronautiques basées sur une approche de type « point-chaud » se révèlent être conservatives dès lors que de forts gradients de contraintes sont présents. En effet, la propagation d'une microfissure initiée dépend du gradient de contraintes qui n'est pas pris en compte dans l'approche de type point chaud. Le but de ce travail est d'enrichir la méthodologie de calcul de criticité vibratoire de ces composants autour d'une singularité en prenant en compte les gradients de sollicitations pour en extraire des quantités de la mécanique de la rupture. L'outil proposé sera implémenté dans un contexte industriel.

Mots clefs — Fatigue, Microfissure, Point-Chaud, Gradients de contraintes, critère

1. Introduction

Assurer la sécurité des avions est la priorité des aviateurs et hélicoptéristes et la justification de la durée de vie des turbomoteurs est donc essentielle. Pour cela, il est notamment nécessaire de vérifier que l'amorçage d'une fissure dans une zone critique du moteur ne remettra pas en cause la sécurité de l'appareil. Cette vérification basée sur l'analyse des conséquences d'une discontinuité dans la matière (d'une microfissure par exemple) est couramment utilisée dans l'industrie aéronautique. En général, les causes des gradients de contraintes dans une structure sont principalement dues à sa géométrie, les chargements appliqués et l'état de surface. Ces facteurs ne sont pas pris en compte dans leur modèle alors que plusieurs auteurs [4–6] ont montré les conséquences non négligeables de ces gradients de contraintes sur l'endurance. Cet état de fait rend difficile l'utilisation directe des résultats expérimentaux obtenus en laboratoire sur des éprouvettes lisses pour la prédiction du risque de rupture et de la durée de vie en fatigue des composants à géométrie complexes et surfaces machinées. Ce problème se complexifie avec la dynamique emmenant l'effet de l'inertie dans une pièce rotative à très grande fréquence.

1.1. Chargements combinés

Les pales d'un compresseur en titane (TA6V, Ti6242) sont soumises à deux types de chargements superposés lors d'un vol d'hélicoptère :

- (i) un chargement statique à basse fréquence et haute amplitude notamment durant le démarrage, les changements de régime et l'arrêt. Ce chargement est de type LCF (Low Cycle Fatigue).
- (ii) un chargement dynamique à haute fréquence et basse amplitude dû aux effets aéroélastiques et vibratoires dépendant des configurations et de la rigidité des pales. Ce chargement est de type HCF (High Cycle Fatigue).

Ces deux types de chargements ont des effets couplés sur la tenue des pièces mais leur prise en compte est complexe car leurs évolutions spatiales et temporelles sont différentes les unes par rapport aux autres. Un exemple est donné en Figure 1(a) avec une éprouvette soumise à la superposition d'un chargement HCF, LCF et thermique.

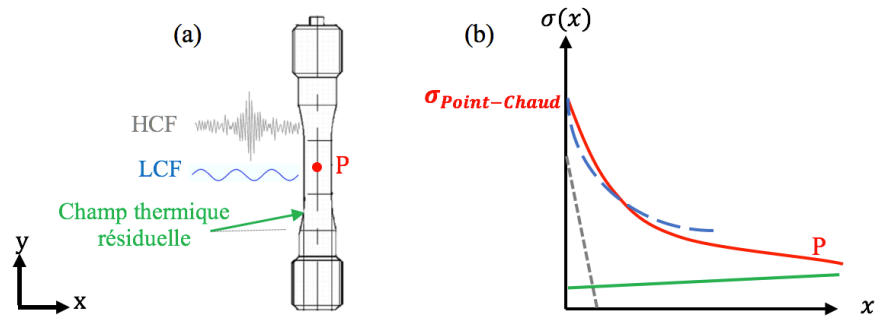


Figure 1 - (a) Epreuve soumise à plusieurs sources de chargements ayant des fréquences non synchronisées (b) Gradient spatial du champ de contrainte à partir du point chaud P en fonction de l'axe X.

Les courbes dans la Figure 1(b) représentent les réponses de contraintes au point P dues aux trois types de chargements : statique, dynamique et un champ résiduel dû à des fluctuations thermiques qui varient lentement dans le temps. Les équations de compatibilités qui relient les déformations dans les trois plans d'un repère ont des comportements différents. Par exemple, un champ résiduel provoqué par les contraintes thermiques aura plutôt une réponse de dilatation isotrope tandis que les chargements LCF et HCF auront des réponses qui dépendent du coefficient de poisson.

1.2. Propagation de fissure

Ces variations de contraintes peuvent conduire à l'initiation d'une microfissure dont la propagation est conditionnée par les sollicitations aux alentours de ses frontières [1]. Différents travaux ont notamment montré que les chargements multiaxiaux influent fondamentalement sur l'évolution des microfissures jusqu'à une longueur critique [2]. Les résultats d'expériences et les retours des pièces en service ont aussi permis de montrer l'apparition de microfissures qui ont soit tendance à s'arrêter, soit tendance à continuer à se propager. Il est donc nécessaire de construire un critère qui permette de reproduire ce phénomène de propagation ou d'arrêt de propagation de fissure.

Dans le cas de chargements combinés ayant des dépendances temporelles asynchrones, les critères d'endurance basés sur des invariants ou de type plan critique ne sont pas adaptés. Par exemple, dans le cas du critère de Crossland (1956), on peut avoir un cas où le deuxième invariant du tenseur des contraintes est toujours nul au point P si deux sources d'excitation sont déphasées. Dans le cas du critère de Dang Van (1989), le plan critique issu d'une source d'excitation ne peut pas être ajouté à un autre ayant une dépendance temporelle qui est différente.

1.3. Problématique Industrielle

Une approche conservatrice couramment utilisée dans l'industrie consiste à superposer les contraintes dues aux chargements LCF et HCF dans un diagramme d'endurance construit à partir des données matériaux. Cette méthodologie ne permet pas d'expliquer les phénomènes d'arrêt ou de propagation des fissures observés expérimentalement [3]. Notamment le fait que des forts gradients de contraintes, issus de la superposition sollicitations LCF et HCF peuvent conduire à l'arrêt ou à la propagation d'une fissure initiée en fonction de sa position dans l'espace et de la répartition des contraintes autour de ce point d'initiation.

Les méthodologies disponibles actuellement, hors calculs lourds de fissuration 2D ou 3D sont donc soit conservatives, soit valables que dans certains cas. Une nouvelle méthodologie de calcul pour la durée de vie en propagation de fissures est donc nécessaire. Cette méthodologie de calcul doit bien prendre en compte l'effet de gradient aux alentours d'une zone d'amorçage et post-traiter ce champ de contraintes dans un rayon suffisamment grand tout en vérifiant que les équations de compatibilités sont bien représentées pour chaque type de chargement.

2. Méthodologie proposée

La méthodologie consiste à post-traiter les résultats d'un calcul dynamique précontraint avec couplage thermique d'une pièce ayant des formes complexes lors du design d'une pièce complexe avec de nombreuses itérations sur la géométrie. Si on devait calculer les quantités de la mécanique de la rupture pour chaque état de contrainte à chaque nœud dans la pièce et pour chaque instant on aurait besoin d'une très grande puissance de calcul qui ne serait pas envisageable dans l'industrie. La méthodologie qu'on propose tentera de contourner cette limitation pour calculer la criticité d'une fissure paramétrée avec moins de ressources en temps de calcul et qui permettra aussi de prendre en compte la problématique des chargements combinés.

Cette dernière peut être exprimé en trois étapes : identification des points chauds, décomposition du champ des contraintes autour de ces points chauds et utilisation des modèles réduits pour déterminer la durée de vie en propagation. Lorsque le gradient est fort, le nombre de degrés de liberté utiles pour représenter le champ mécanique au voisinage des points critiques reste limité car les contraintes dans l'espace avoisinant décroissent. En conséquence, on peut décomposer le champ de contraintes en une somme de fonctions de formes liées au profil d'évolution du gradient de contraintes autour du point étudié, chacune pondérée par un facteur d'intensité qui dépend de la valeur absolue de la contrainte et donc du chargement macroscopique.

Ces fonctions de forme (pour chaque famille de problème) seront utilisées pour établir une base contenant les informations des quantités de la MLR qui permettra d'avoir une appréhension de la physique de l'initiation et non-propagation des microfissures dans différentes configurations sur des géométries complexes sans faire des calculs coûteux.

Pour cela :

- (i) on réduira d'abord le champ mécanique par la méthode de décomposition Karhunen-Loève ce qui permettra la mise en place des méthodes de calcul des amplitudes de contraintes non-locales.
- (ii) on déterminera les modes de rupture représentatifs du problème.
- (iii) on représentera ces modes sur un diagramme polaire
- (iv) on représentera les champs de contraintes par des fonctions analytiques et/ou numériques
- (v) on calculera les quantités de MLR pour ces fonctions ce qui permettra d'obtenir une base de solutions pour différents champs type
- (vi) on réalisera une étude de sensibilité sur différentes configurations de fissures pour ces fonctions pour obtenir les données d'entrées pour la mise en place d'un critère de non propagation de fissures

Ce critère pourra ensuite être appliqué à des cas réels en décomposant ces cas réels en somme de ces solutions pré-calculées.

2.1. Réduction modèle par Karhunen-Loève et construction des abaques.

L'algorithme de Karhunen-Loève propose la façon la plus efficace de capturer les composants dominantes d'un processus infini-dimensionnel avec un nombre de M modes.

$$\underline{\underline{\sigma}}(X, t) = \sum_{i=1}^M \alpha_i(t) \underline{\underline{\phi}}_i(X) \quad (1)$$

En conséquence, comme décrit dans l'équation (1) on peut décomposer le champ de contraintes en une somme de fonctions de formes $\underline{\underline{\phi}}_i(X)$ liées au profil d'évolution du gradient de contraintes autour du point étudié $X \in [r, \theta, \varphi]$ chacune pondérée par un facteur d'intensité. $\alpha_i(t)$ qui dépend de la valeur absolue de la contrainte et donc du chargement macroscopique. Ces fonctions de forme sont choisies pour constituer une base. Le nombre de termes à considérer dépend du nombre de degrés de libertés indépendants du problème et seront à définir pour chaque famille de problème. Ce nombre des degrés de liberté est réduit en diagonalisant le tenseur référentiel $\underline{\underline{\phi}}_i(X)$. Toutefois, pour visualiser objectivement la fonction de forme dans l'ensemble de la sphère d'étude autour du point chaud considéré, on fait l'hypothèse d'une évolution radiale identique (c.f eq.(2)).

$$\underline{\underline{\phi}}_i(X) = \underline{\underline{\Lambda}}_i(X) = \underline{\underline{\Lambda}}_i(r, \theta, \varphi) \approx f(r) \underline{\underline{g}}(\theta, \varphi) = f(r) \begin{pmatrix} g_I(\theta, \varphi) \\ g_{II}(\theta, \varphi) \\ g_{III}(\theta, \varphi) \end{pmatrix} \quad (2)$$

En représentant les champs de contraintes dans la zone d'intérêt, i.e. la sphère sous la forme de l'équation (2) on peut identifier les fonctions de forme d'un champ complexe dans une géométrie industrielle autour d'un point critique. La projection stéréographique sera utilisée pour représenter les profils de ces champs sur des diagrammes polaires (voir c.f 3).

2.3. Critère de non-propagation de fissure courte

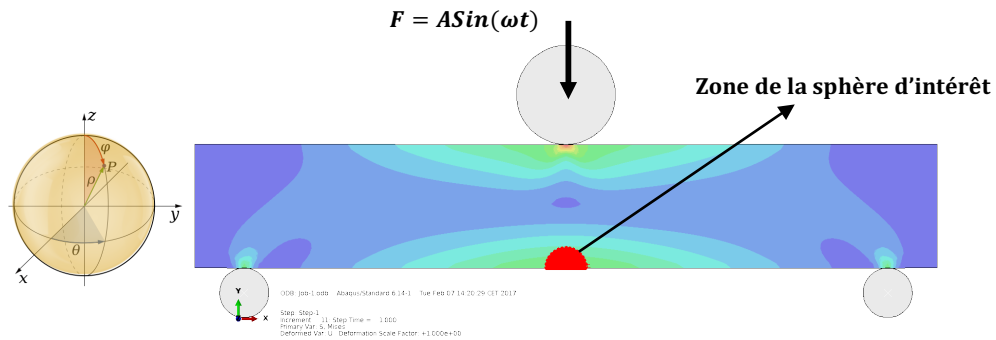
Les résultats expérimentaux dans la littérature ont montré que le régime « fissure courte » est sensible au type de chargement appliqué tandis qu'en « fissure longue » seule la contrainte principale maximale intervient dans le problème de propagation [1]. La loi de Paris qui ne fait intervenir qu'un seul paramètre de chargement (ΔK) devient insuffisante lorsque les dimensions d'une fissure deviennent courtes. Puisqu'on s'intéresse uniquement à la propagation des fissures courtes, on peut obtenir les quantités de la mécanique de la rupture : facteurs d'intensité de contrainte, K_i ($i = 1,2,3$), contrainte T , et contrainte T_Z qui sont en effet plus pertinents pour construire un critère de fissuration pour des fissures courtes. Pour cela on utilisera le critère de Thieulot-Laure (2007) [7] :

$$\left(\frac{K_I}{K_{Ith}}\right)^2 + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIth}}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_{th}}\right)^2 + f_v \left(\frac{K_{III}}{K_{IIIth}}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_{th}}\right) < 1 \quad (3)$$

En utilisant ce critère de non-propagation, avec une longueur de fissure connue a et une orientation ψ , on obtiendra une appréhension de la propagation ou non-propagation d'une fissure qui s'est initiée à un point chaud. En conséquence, des plans préférentiels pour la propagation peuvent être distingués en faisant varier a et ψ . Un nombre de cas test différents, une bibliothèque de ces fonctions, dont leur forme analytique est identifiée, sera construite avec des quantités de mécanique de la rupture des fissures courtes pré-calculées. Ultérieurement, un chargement complexe pourra être approximé comme étant une somme de ces fonctions « cas d'écoles » dont on a déjà les quantités, K_I, K_{II}, T, T_Z , etc.

3. Résultats préliminaires

Le premier travail de la thèse consiste à prendre en main un outil de réduction de modèle de type Karhunen–Loève (KL) et d’explorer les champs de contraintes autour d’un point chaud. Cette section présentera les premiers résultats obtenus pour un cas simple. Un chargement sinusoïdal est appliqué sur une poutre soumise en flexion trois points. À partir d’un calcul éléments finis nous constatons que le point chaud se situe au centre de la poutre à l’extérieur, où on a effectivement positionné notre sphère d’intérêt dont le domaine est discrétisé en $N_r \times N_\theta \times N_\varphi$ point.



Comme évoqué dans la méthodologie, on obtient un champ de référence, $\underline{\phi}_1(X)$ représentatif du champ initial (calcul éléments finis) avec un seul mode après la décomposition par KL avec une erreur globale admissible de moins de 0.01%. La figure ci-dessous nous montre l’évolution de l’amplitude de contrainte $f(r)$ (c.f eq.(2)) le long du rayon r de la sphère et les composantes principales de la décomposition radiale $\underline{g}(\theta, \varphi)$ (Valeur 1, 2, 3) sur un diagramme polaire. Cela est fait avec une projection stéréographique qui permet d’avoir une visualisation précise d’évolution angulaire.

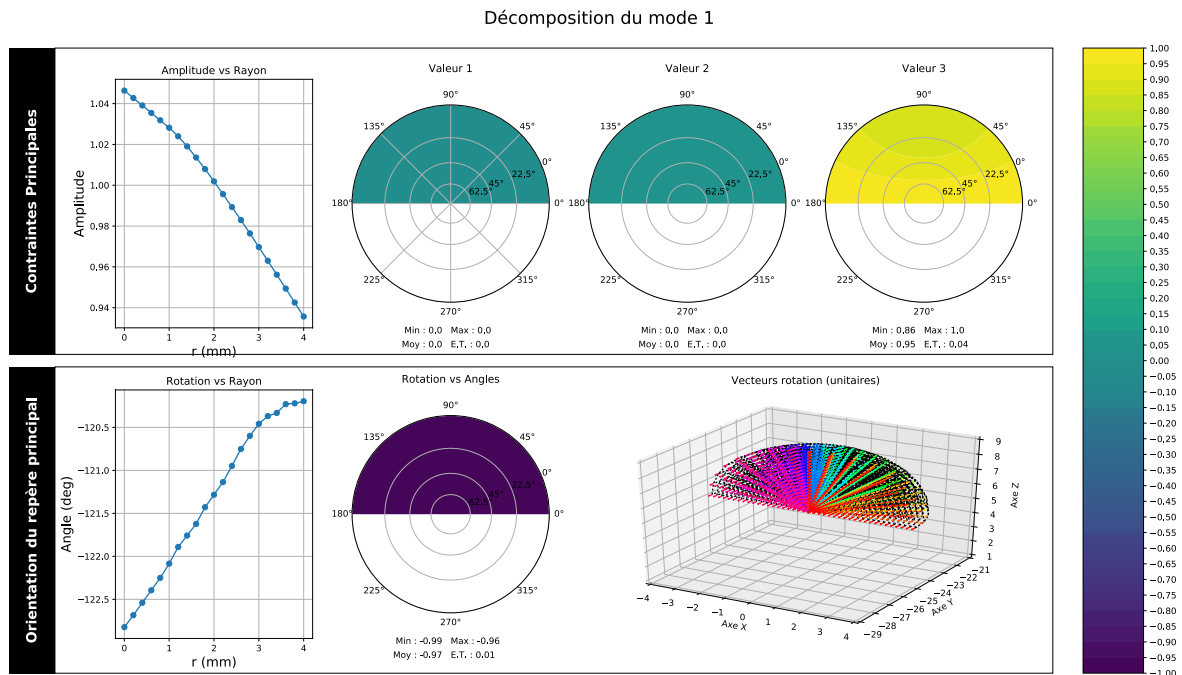


Figure 2 Visualisation de champ de tenseurs de contraintes autour du point chaud. (Haut) L’évolution spatiale en fonction du rayon et les valeurs principales des fonctions angulaires doit représenter sur la figure de pôle. (Bas) L’évolution de l’orientation du repère principale en fonction du rayon et de l’angle. (Bas - droite) Orientation du repère principaux par les vecteurs de Rodrigue.

Nous constatons que les diagrammes polaires représentent l'évolution des contraintes angulaires. On remarque aussi une décroissance sur l'axe x c'est qui est attendu car en passant de $\varphi=0^\circ$ à $\varphi=90^\circ$, on s'éloigne du point chaud et les composantes du tenseur de référence décroissent. Cette même tendance de conservation des valeurs angulaires peut être constatée en observant les valeurs correspondantes à θ . Lors de la diagonalisation du champ de référence $\underline{\underline{\phi}}_i(X)$, on peut avoir des rotations symétriques à partir d'un axe qui donnent les mêmes valeurs propres. Ceci sera problématique durant l'identification de formes analytiques. De ce fait, on a aussi besoin de connaître l'intensité de l'orientation du repère principal à chaque point ce qui nous permettra de vérifier s'il y a des orientations brusques, $\pm 180^\circ$, qui mèneront aux phénomènes d'orientations symétriques. Le vecteur de Rodrigue est un moyen de synthétiser l'orientation d'un repère à un autre. Il est défini par un axe de rotation et un angle de rotation autour de cette axe.

On constate une évolution lente de l'orientation du repère principal le long de r, θ et φ dans la sphère ce qui valide la dérivation des fonctions analytiques qui modélisent les champ de contraintes autour du point chaud.

4. Conclusions et perspectives

Ayant un outil permettant de visualiser un champ de contraintes autour d'un point chaud, ceci nous permettra de représenter de la même manière les champs autour des points chauds issus des cas académiques, où l'on retrouve également des formes analytiques. Par exemple, les cas d'un champ de contraintes autour d'un trou dans un plaque soumise à un chargement uniaxial ou biaxial sont obtenus à partir des fonctions d'Airy. Pour un trou elliptique, la solution est donnée par Inglis [8]. Ceci présente l'avantage que les paramètres pour les critères de non propagation peuvent être facilement calculés puis validés par des méthodes expérimentales. Nous ne nous intéresserons pas à la validation de ces quantités et nous allons nous restreindre à la modélisation de ces champs pour construire une base ou bibliothèque de fonctions de forme à partir de ces cas académiques et de cas typiques. Un certain nombre de ces types de champs nous servirons de base pour reconstruire les champs de contrainte complexes qu'on peut retrouver autour d'un point chaud dans les pièces industrielles.

L'effet des gradients variables durant un cycle de chargement combiné peut bien être représenté sur des diagrammes de pôles en projetant les contraintes principales sur une carte de projection stéréographique. En utilisant des contraintes principales et les vecteurs de Rodrigues, le nombre de degrés de liberté à post-traiter est considérablement réduit. De plus, la méthode de décomposition aux valeurs propres nous permet aussi de séparer la dépendance temporelle d'un champ spatio-temporelle. Une approche non-locale utilisant un critère de non-propagation qui prend en compte les relations entre les différents composants dans l'espace par les équations de compatibilité et les équations d'équilibre est plus adaptée que les critères actuels décrits au §2.3.

Néanmoins, cette approche doit être vérifiée avant de l'utiliser dans les cas plus complexes comme dans les pièces d'une turbomachine. Un cas de chargement complexe est mis en place pour vérifier les hypothèses et limites de cette approche. Les prochains travaux vont être centrés sur ce modèle pour pouvoir améliorer l'algorithme permettant plus de maniabilité avec ce dernier. En outre, les vecteurs de Rodrigues devront être calculés par rapport à l'orientation de la base principale de la sphère d'intérêt au lieu du repère du modèle. Cela permettra de construire la bibliothèque avec des fonctions analytiques représentatives des cas réels. Un recensement le plus exhaustif possible sera réalisé pour obtenir une variété de fonctions des champs appropriées dans lesquelles on introduira les fissures paramétrées.

Références

- [1] S. Suresh, *Fatigue of Materials*, Cambridge University Press, 1998.
- [2] E. Thieulot-Laure, *Méthode probabiliste unifiée pour la prédiction du risque de rupture en fatigue*, Mécanique-Génie Mécanique-Génie Civil, ENS Cachan, 2008. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01199575/document> (accessed January 3, 2017).
- [3] N.. Frost, K.. Marsh, L.. Pook, *Metal Fatigue*, Oxford University Press, Dover Publications, Mineola, USA, 1974.
- [4] L. Susmel, D. Taylor, Estimating Lifetime of Notched Components Subjected to Variable Amplitude Fatigue Loading According to the Elastoplastic Theory of Critical Distances, *J. Eng. Mater. Technol.* 137 (2015) 11008-11008–15. doi:10.1115/1.4028927.
- [5] J.A.F.O. Correia, A.M.P. De Jesus, A. Fernández-Canteli, Local unified probabilistic model for fatigue crack initiation and propagation: Application to a notched geometry, *Eng. Struct.* 52 (2013) 394–407. doi:10.1016/j.engstruct.2013.03.009.
- [6] M. Ciavarella, F. Monno, On the possible generalizations of the Kitagawa–Takahashi diagram and of the El Haddad equation to finite life, *Int. J. Fatigue.* 28 (2006) 1826–1837. doi:10.1016/j.ijfatigue.2005.12.001.
- [7] E. Thieulot-Laure, S. Pommier, S. Fréchet, A multiaxial fatigue failure criterion considering the effects of the defects, *Int. J. Fatigue.* 29 (2007) 1996–2004. doi:10.1016/j.ijfatigue.2007.01.017.
- [8] S.A. Meguid, *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier Science Publishers Ltd, London and New York, 1989.