Correction en compression de l'approche G_p

D. Haboussa¹, S. Geniaut¹, S. Jules¹

¹ EDF Lab, Paris-Saclay, {david.haboussa,samuel.geniaut,samuel.jules}@edf.fr

Résumé — L'approche G_p permet de prédire l'amorçage en clivage des défauts. Toutefois, certaines configurations de chargement engendrant de la compression dans le voisinage du défaut peuvent aboutir à un conservatisme excessif de la méthode. On propose ici d'apporter une correction à la méthode initiale, en enlevant la contribution de la compression volumique à l'énergie élastique impactant la quantité G_p , sans perturber les résultats obtenus avec la méthode originelle pour les configurations sans compression. **Mots clés** — Rupture, clivage, quasi-fragile, approche énergétique, compression.

1 Introduction

L'approche G_p pour la prédiction de l'amorçage en clivage des défauts a été proposée par EDF R&D et a permis de simuler de nombreux essais couvrant un large domaine des situations de fonctionnement des composants. Néanmoins, certaines configurations de chargement engendrant une compression le long du ligament prolongeant le défaut initial (cas des transitoires en décharge ou chargements cycliques par exemple) ne sont pas traitées de manière optimale par l'approche G_p initialement proposée. On se propose ici d'apporter une correction à la méthode, spécifique au cas de la compression, et ne perturbant presque pas les résultats validés par ailleurs pour les configurations sans compression.

2 Approche G_p

2.1 Formulation initiale

On se place en modélisation bi-dimensionnelle. Dans le cadre de l'approche G_p , la fissure réelle située dans le domaine Ω n'est pas modélisée par une surface de discontinuité des champs de déplacements, mais par une entaille en forme de U, d'épaisseur D = 2.R, avec R le rayon du fond d'entaille (voir la 1a). On suppose que l'entaille peut se propager sans changer de forme et sans bifurcation, uniquement en mode I, dans le domaine $C(\Delta a)$. Ainsi, les trajets de fissuration sont prédéfinis et sujets à une évolution continue de la fissure, suivant son ligament.



FIGURE 1 - Principes : (a) modélisation de la fissure (b) évolution de l'endommagement

On se place dans le contexte de la mécanique de l'endommagement [2], en considérant un modèle d'endommagement brutal (1) total (*cf.* figure 1b). Le terme total, par opposition à partiel, indique que le matériau endommagé à une rigidité résiduelle nulle.

$$\chi(\Delta a) = \begin{cases} 0 : \text{hors de la zone rouge (sain)} \\ 1 : \text{dans la zone rouge (cassé)} \end{cases}$$
(1)

Dans le cas d'un comportement élastoplastique, la définition de l'énergie incrémentale totale E_{tot} est définie par Lorentz et al[1], moyennant la définition de nouveaux potentiels globaux : l'énergie libre et de dissipation. On se restreint ici au cadre des matériaux isotropes. L'état au point matériel est décrit par sa déformation ε , son endommagement χ , mais aussi par sa déformation plastique ε_p et de la variable interne *p* caractérisant l'écrouissage. On suppose :

- 1. que la dissipation plastique est découplée de celle liée à l'endommagement(matériaux quasifragiles). Le potentiel de dissipation plastique D_{pl} dépend donc des seules variables internes plastiques.
- 2. que l'énergie bloquée E_{bl} par l'écrouissage dans les dislocations n'est pas restituable par le mécanisme de fissuration.

Le formalisme mathématique de la méthode G_p est explicité dans [4] et le paramètre G_p est défini $\forall \Delta a > 0$ tel que :

$$G_{p} = \max_{\Delta a \ge 0} \frac{1}{\Delta a} \int_{C(\Delta a)} \Phi_{el}(\varepsilon - \varepsilon^{p}) > w_{c}.D, \qquad (2)$$

où w_c représente l'énergie de fissuration et Φ_{el} l'énergie élastique. Le critère de propagation déterministe est défini tel que :

$$G_p > G_p^c. \tag{3}$$

2.2 Formulation modifiée

En cas de compression de toute ou partie de la zone d'intérêt (ligament dans le prolongement de l'entaille), on peut raisonnablement penser que le risque à la rupture va s'atténuer fortement voire disparaître. On peut faire le parralèlle avec le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, où une fissure soumise à un chargement de compression est invisible, en effet les lèvres sont en contact et K_I est nul ce qui implique $K_I < K_{I_C}$. Or, l'expression 2, dans laquelle l'énergie élastique s'écrit :

$$\Phi_{el} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma D^{-1} \sigma d\Omega, \tag{4}$$

ne différencie pas le cas de la traction ou de la compression à l'intérieur du ligament. De ce fait, on peut violer facilement le critère 3 même en compression totale. Pour pallier à cet inconvénient, on considère une dissymétrie traction/compression dans la formulation de l'énergie libre, en se basant sur la méthode développée dans [3]. L'idée retenue consiste à considérer l'énergie élastique dans un cas de traction et de la corriger, dans le cas en compression, en enlevant la participation de la compression volumique mais également suivant chaque direction propre de déformation. Ainsi, en se plaçant dans le repère propre des déformations élastiques, on écrit l'énergie élastique modifiée :

$$\Phi_{el}^{tract}\left(\underline{\underline{\varepsilon}}^{e}\right) = \frac{\lambda}{2} tr\left(\underline{\underline{\varepsilon}}^{e}\right)^{2} H\left(tr\left(\underline{\underline{\varepsilon}}^{e}\right)\right) + \mu \sum_{i} \varepsilon_{i}^{2} H\left(\varepsilon_{i}\right),$$
(5)

où *H* représente la fonction de Heaviside qui annihile les termes en compression et laisse inchangés ceux en traction, tel que :

$$H(x) = \begin{cases} 1: \ \text{si} \ x \ge 0\\ 0: \ \text{si} \ x < 0 \end{cases}$$
(6)

et on obtient par analogie, une nouvelle formule pour le paramètre G_p :

$$G_p = \max_{\Delta a \ge 0} \frac{1}{\Delta a} \int_{\mathcal{C}(\Delta a)} \Phi_{el}^{tract} \left(\varepsilon - \varepsilon^p \right) > G_p^c \tag{7}$$

Ainsi, en cas d'absence totale de compression (ou plus exactement de composante négative du tenseur des déformations élastiques principales) dans la zone d'intérêt, le résultat est strictement identique à celui issu de la méthode originelle. Par contre, dès qu'un point matériel présente une ou plusieurs valeurs propres négatives de déformations, même sous un chargement global de traction, l'énergie élastique modifiée 5 est strictement inférieure à l'énergie élastique 4. Pour illustrer ce propos, la figure 2 montre aux points de Gauss dans la zone de propagation virtuelle, l'évolution, à deux instants différents de chargement, du signe des déformations propres pour un comportement élastique (bleu : compression, rouge : traction) pour un chargement global de traction.



FIGURE 2 – Évolution temporelle du signe des déformations élastiques propres

On peut observer que la deuxième déformation principale suivant la direction transverse au chargement change de signe sous l'effet de Poisson, ce qui modifie l'énergie élastique par la fonction Heaviside dans la relation 5, et que la zone affectée par le changement de signe s'étend avec l'intensité du chargement.

3 Applications

Les cas d'applications sont réalisés avec Code_Aster [5], un logiciel EF open-source développé par EDF R&D.

3.1 Cas simple en déformations planes

On applique d'abord la nouvelle méthodologie à un cas simple d'une plaque entaillée représentée en déformations planes soumise à deux cycles de traction-compression (TCTC), comme visualisé en figure 3. L'analyse se fait en élasticité puis en élastoplasticité avec écrouissage isotrope.

3.1.1 Résultats observés

En élasticité (*cf.* figure 4a), comme vu précédemment, les résultats, entre l'ancienne et la nouvelle formulation, sont pratiquement identiques en phase de traction (les légères variations résultent des déformations principales transverses négatives), et G_p s'annule (quasiment) en phase de compression.

En élasto-plasticité (*cf.* figure 4b), la comparaison est moins facile à cause de l'effet d'histoire dû à la plasticité, mais la nouvelle méthode donne des résultats plus conformes aux attentes, à savoir une quasi-annulation de G_p en phase de compression.



FIGURE 3 – Maillage et CL en déformations planes



FIGURE 4 – G_p versus time : (a) en élasticité (b) en élasto-plasticité

3.2 Application sur un cas industriel

Ce cas concerne une virole de cuve, affectée par un défaut hypothéthique sous revêtement, soumise à un chargement transitoire, pour lequel la température chute rapidement ainsi que la pression (*cf.* figure 6b et 6a). L'analyse en clivage est menée dans le métal de base avec une modélisation axisymétrique. La figure 5 illustre le maillage de la partie de virole modélisé, soumise à un choc de pression et de température, ainsi que le zoom sur le défaut sous revêtement modélisé par une entaille.



FIGURE 5 - Maillage et CL (mécaniques) en 2D AXI



FIGURE 6 – Chargements : (a) en pression (b) transitoire thermique

3.2.1 Caractéristiques

Le revêtement est en inox et le métal de base (MDB) est en acier ferritique. Le défaut, modélisé par une entaille est un défaut circonférentielle (plan du défaut orthogonal à la peau interne de la virole) situé sur la paroi interne. Il est non débouchant avec une pointe coté revêtement et une pointe coté MDB (on ne s'intéresse qu'à la partie dans le MDB). Le maillage EF est quadratique et le modèle est axisymétrique où l'axe de rotation est <u>y</u> et l'on considère par symétrie la modélisation d'une demi-virole qui implique la modélisation d'une demi-entaille. Le calcul est thermo-mécanique quasi-statique non-linéaire, on utilise une loi de comportement élasto-plastique de type von Mises avec écrouissage isotrope décrit par une courbe de traction (VMIS_ISOT_TRAC). Le calcul du paramètre G_p est réalisé en post-traitement à tous les instants. Nous ne nous intéressons pas ici à l'identifiaction de G_{p_c} , en effet on ne regarde que l'évolution temporelle de G_p .

3.2.2 Résultats observés

La figure 7 décrit l'évolution de G_p au cours du transitoire avec l'ancienne méthode et la nouvelle. L'ancienne méthode (courbe en rouge), nous montre un pic du critère assez rapidement après le choc thermique, suivi d'une décroissance puis une brusque remontée, incohérente avec toutes les analyses de ce type de situation, due à une mise en compression du défaut provoquée par la décharge. La courbe bleue résultant de la nouvelle méthode coïncide avec les anciens résultats durant la phase de non compression, mais poursuit sa décroissance jusqu'à une stabilisation basse, ce qui est tout à fait conforme aux attentes.



FIGURE 7 – G_p versus time

4 Conclusion

La méthode G_p corrigée en phase de compression, présentée dans ce papier, est implémentée dans *Code_Aster* [5] et a démontré sa pertinence dans la prédiction de l'amorçage en clivage des défauts en quasi-fragile.

Références

- Lorentz E., Wadier Y., Debruyne G. Mécanique de la rupture fragile en présence de plasticité : définition d'un taux de restitution d'énergie, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Series IIB - Mechanics 328 (9) : 657-662, 2000.
- [2] Lorentz E. Modélisation et simulation numérique de l'endommagement des structures, 2008.
- [3] Badel P.-B. *Contributions à la simulation numérique de structures en béton armé*, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2001.
- [4] Jules S., Geniaut S., Debruyne G. *Méthode* G_p : une approche énergétique de la prédiction du clivage, CSMA, 2017.
- [5] Code_Aster. logiciel EF distribué par EDF, Open-source, http://www.code-aster.org.