

Modélisation isotrope vs. anisotrope du processus de dégradation dynamique par cisaillement adiabatique

Hannah Lois Dorothy¹, Patrice Longère¹

¹ Université de Toulouse, UPS, ISAE-SUPAERO, Institut Clément Ader (CNRS 5312), France, dorothy.hannah-lois@etu-isae.fr, patrice.longere@isae.fr

Résumé — La présente contribution vise à comparer deux modélisations du cisaillement adiabatique par bande considéré comme un mécanisme de dégradation dont les conséquences sont décrites en utilisant une variable interne d'endommagement. Le premier modèle, orienté ingénieur, utilise une simple variable scalaire D tandis que l'autre modèle, motivé par la physique, considère une variable tensorielle d'ordre 2 \mathbf{D} . Les modèles sont numériquement implémentés et leurs performances sont évaluées dans le cadre d'une procédure de calibration complète.

Mots-clés — dynamique, cisaillement adiabatique, endommagement, modélisation non linéaire, simulation numérique

1. Introduction

Les structures peuvent être soumises à des conditions sévères invoquant des vitesses de déformation élevées. Un important mécanisme précurseur de la rupture dynamique des matériaux à haute résistance, incluant notamment les alliages légers aéronautiques tels que les alliages de titane et aluminium, est la localisation sous la forme de bandes de cisaillement adiabatique (BCA). Ces dernières sont des bandes étroites de déformation plastique intense. Elles se produisent dans les matériaux thermo-visco-plastique dans des conditions dynamiques quasi adiabatiques et résultent d'une instabilité thermomécanique.

Dans la littérature, il y a de nombreuses modélisations du cisaillement adiabatique par bande basées sur une échelle fine. Ici, un postulat de grande échelle est appliqué où la longueur caractéristique de l'élément de volume représentatif est plus grand que la largeur de bande, et non l'inverse comme fait communément. Ceci est notamment motivé par la perspective d'appliquer numériquement le modèle à des grandes structures. Deux modèles constitutifs différents sont étudiés ici. Le premier, désigné modèle (1 - D), utilise une variable scalaire d'endommager D . Le deuxième modèle, désigné modèle \mathbf{D} décrit la dégradation anisotrope induite dans le matériau par les BCA au moyen d'une variable tensorielle d'endommagement \mathbf{D} .

2. Modélisation constitutive

Les modèles constitutifs intégrant le processus de détérioration par BCA sont construits dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles à partir de potentiels d'état et de dissipation. Ils rendent compte de l'érouissage plastique, de l'adoucissement thermique et de la détérioration induite par les BCA. Les variables d'état sont : le tenseur des déformations élastiques \mathbf{e}^e , la température absolue T , la variable d'érouissage isotrope κ et la variable d'endommagement liés aux BCA (scalaire D ou tensorielle \mathbf{D} selon le modèle).

2.1. Modèle (1-D)

Dolinski et al. [1] ont proposé une loi empirique d'évolution de l'endommagement par BCA (1) basée sur le taux d'énergie de déformation plastique, $\dot{W}_p = \boldsymbol{\tau} : \mathbf{d}^p$ où \mathbf{d}^p est le taux de déformation plastique. Dans (1), W_{cr} est la valeur critique de densité d'énergie de déformation plastique à l'apparition des BCA, W_f représente la densité d'énergie à rupture et A est une constante matériau.

$$D = \begin{cases} 0 & \text{if } W_p \leq W_{cr} \\ A(W_p - W_{cr}) & \text{else} \end{cases} ; \quad A = \frac{1}{W_f - W_{cr}} \quad (1)$$

Le potentiel d'état énergie libre de Helmholtz $\psi(e^e, T, \kappa; D) = \psi^e(e^e) + \psi^p(\kappa, T; D)$ inclut une partie réversible et une partie stockée :

$$\begin{cases} \rho_0 \psi^e = \frac{\lambda}{2} e_{ii}^e e_{jj}^e + \mu e_{ij}^e e_{ji}^e \\ \rho_0 \psi^p = (1-D)h(\kappa)g(T) \end{cases} \quad (2)$$

où λ et μ sont les constantes élastiques de Lamé, $h(\kappa)$ l'énergie stockée et $g(T)$ la fonction d'adoucissement thermique. Les lois d'état dérivent du potentiel d'état comme suit :

$$\begin{cases} \tau_{ij} = \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial e_{ij}^e} = \lambda e_{kk}^e I_{ij} + 2\mu e_{ij}^e \\ r = \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \kappa} = (1-D)h'(\kappa)g(T) \\ G = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial D} = h(\kappa)g(T) \end{cases} \quad (3)$$

où $\boldsymbol{\tau}$ est le tenseur des contraintes, r la force d'écroutissage isotrope (affinité) et G la force motrice de l'endommagement par BCA (scalaire). F en (4) donne la condition d'écoulement avec $\sigma_{eq}(\boldsymbol{\tau})$ la contrainte équivalente de Von Mises, \mathbf{s} la partie déviatorique du tenseur $\boldsymbol{\tau}$.

$$F(\boldsymbol{\tau}, r) = \sigma_{eq}(\boldsymbol{\tau}) - [(1-D)R_0 g(T) + r] \geq 0 \quad ; \quad \sigma_{eq}(\boldsymbol{\tau}) = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} \quad (4)$$

Les lois d'évolution des variables internes figurent dans (5). Le taux de déformation plastique et le taux de la variable d'écroutissage isotrope sont dérivés de la surface de charge (4), alors que la loi d'évolution de D est dérivée de l'expression empirique en (1). Λ représente le multiplicateur viscoplastique.

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial \tau_{ij}} = \frac{3}{2} \Lambda \frac{s_{ij}}{\sigma_{eq}} \\ -\dot{\kappa} = \Lambda \frac{\partial F}{\partial r} = -\Lambda \\ \dot{\mathbf{D}} = A \dot{W}_p \end{array} \right. ; \quad \Lambda = \left\langle \frac{F}{(1-D)Y} \right\rangle^n \quad (5)$$

2.2. Modèle D

La variable tensorielle de dégradation par BCA \mathbf{D} comporte deux caractéristiques, comme le montre (6) : \mathcal{D} qui représente l'intensité de la détérioration due aux BCA et \mathbf{n} qui est l'orientation de la BCA.

$$\mathbf{D} = \mathcal{D} \mathbf{N} ; \quad \mathbf{N} = \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \quad (6)$$

Comme de grandes déformations et rotations se produisent, le tilde au-dessus des grandeurs tensorielles est utilisé pour désigner la mesure correspondante dans la configuration actuelle. Le potentiel d'état énergie libre de Helmholtz $\psi(\mathbf{e}^e, T, \kappa; \tilde{\mathbf{D}}) = \psi^e(\mathbf{e}^e, T; \tilde{\mathbf{D}}) + \psi^p(T, \kappa; \tilde{\mathbf{D}})$ est exprimé ci-dessous

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_0 \psi^e = \frac{\lambda}{2} e_{ii}^e e_{jj}^e + \mu e_{ij}^e e_{ji}^e - a_1 e_{kk}^e e_{ij}^e \tilde{D}_{ji} - 2a_2 e_{ij}^e e_{jk}^e \tilde{D}_{ki} \\ \rho_0 \psi^p = h(\kappa) g(T) \exp\left(-\chi_1 \tilde{D}_{ii} - \frac{\chi_2}{2} \tilde{D}_{ij} \tilde{D}_{ji}\right) \end{array} \right. \quad (7)$$

où a_1 et a_2 sont les constantes matériaux relatives à la dégradation de l'énergie élastique induite par CA, χ_1 et χ_2 les constantes relatives à l'adoucissement de l'énergie stockée induit par CA. Les forces conjuguées dérivés du potentiel d'état sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{ij} = \lambda e_{kk}^e I_{ij} + 2\mu e_{ij}^e - a_1 (e_{mn}^e \tilde{D}_{nm} I_{ij} + e_{kk}^e \tilde{D}_{ij}) - 2a_2 (e_{ik}^e \tilde{D}_{kj} + \tilde{D}_{ik} e_{kj}^e) \\ r = h'(\kappa) g(T) \exp\left(-\chi_1 \tilde{D}_{kk} - \frac{\chi_2}{2} \tilde{D}_{kl} \tilde{D}_{lk}\right) \\ \tilde{G}_{ij} = a_1 e_{kk}^e e_{ij}^e + 2a_2 e_{ik}^e e_{kj}^e + h(\kappa) g(T) \exp\left(-\chi_1 \tilde{D}_{kk} - \frac{\chi_2}{2} \tilde{D}_{kl} \tilde{D}_{lk}\right) [\chi_1 I_{ij} + \chi_2 \tilde{D}_{ij}] \end{array} \right. \quad (8)$$

La surface de charge et la contrainte équivalente sont exprimées ci-dessous

$$F(\boldsymbol{\tau}, r, \tilde{\mathbf{G}}) = \hat{\sigma}_{eq}(\boldsymbol{\tau}, \tilde{\mathbf{G}}) - (R_0 + r) \geq 0 ; \quad \hat{\sigma}_{eq}(\boldsymbol{\tau}, \tilde{\mathbf{G}}) = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{G}}) : \mathbf{s}} \quad (9)$$

La contrainte équivalente contient le terme \mathbf{P} qui est un tenseur du 4^{ème} ordre induisant l'anisotropie dans l'écoulement plastique. Ses composantes sont données dans (10)

$$P_{ijkl} = \frac{1}{2} (I_{ik} I_{jl} + I_{il} I_{jk}) + 2 \sum_{q=2}^Q \eta_q \Delta G_{ASB}^q \tilde{M}_{ij} \tilde{M}_{kl} \quad (10)$$

La force motrice de la dégradation par CA $G=\mathbf{G}:\mathbf{N}$ se trouve dans $\Delta G_{ASB} = G - G_{ASB}$ qui est la différence entre la valeur actuelle du taux de restitution d'énergie et celle à l'origine du CA. L'apparition du CA est déterminée au moyen d'une analyse auxiliaire basée sur la méthode des perturbations linéaires (voir [2] pour plus de détails).

En plus des effets de détérioration matérielle, ce modèle décrit également les conséquences cinématiques de la présence de BCA. Ainsi le taux de déformation totale inélastique \mathbf{d}^{dp} se compose en deux parties : le taux de déformation plastique régulier \mathbf{d}^p et le taux de déformation plastique singulier \mathbf{d}^d induit par CA. Les lois d'évolution des variables internes dérivées de (9) sont indiquées, avec Λ^p le multiplicateur viscoplastique et Λ^d le multiplicateur de dégradation visqueuse :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{ij}^p = \frac{3}{2} \Lambda^p \frac{s_{ij}}{\hat{\sigma}_{eq}} \\ d_{ij}^d = 3\Lambda^d \frac{\sum_{q=2}^Q \eta_q \Delta G_{ASB}^q \tau_{res}}{\hat{\sigma}_{eq}} \tilde{M}_{ij} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{\kappa} = \Lambda^p \\ \tilde{D}_{ij} = \frac{3}{2} \Lambda^d \frac{\sum_{q=2}^Q q \eta_q \Delta G_{ASB}^{q-1} \tau_{res}^2}{\hat{\sigma}_{eq}} \tilde{N}_{ij} \end{array} \right. \quad (11)$$

$$\Lambda^p = \left\langle \frac{F}{Y} \right\rangle^n \quad ; \quad \Lambda^d = \left\langle \frac{F}{Z} \right\rangle^m$$

3. Validation des modèles

La validation du modèle se fait en suivant une procédure de calibration en utilisant le code de calculs commercial par éléments finis LS-DYNA, voir Dorothy et Longère [3] pour plus de détails. La première étape de cette procédure est d'identifier les constantes matériau relatives à l'endommagement par BCA. À cet effet, l'essai de torsion dynamique conduisant à la formation de BCA menée par Marchand et Duffy [4] est choisi comme référence. L'ajustement des courbes se fait à l'échelle du volume élémentaire représentatif (RVE) et les constantes d'endommagement ont été identifiées pour les deux modèles, voir Fig.1.

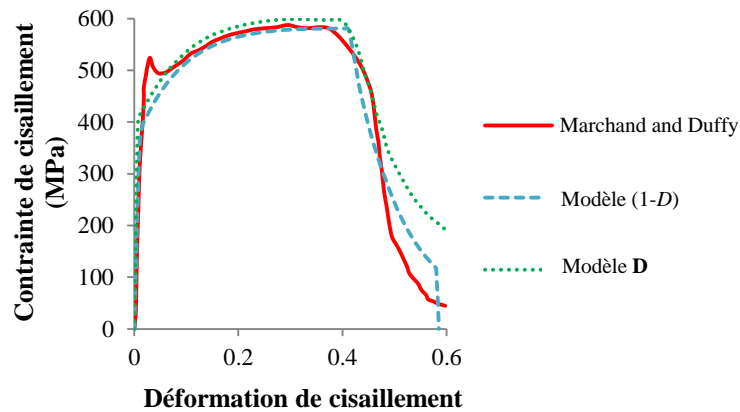


Figure 1 – Première étape de l'étalonnage à l'aide de l'essai de torsion dynamique de Marchand et Duffy

L'étape suivante consiste en la validation des modèles par leur application à un problème aux limites et à conditions initiales. L'essai chapeau (HSS) dans lequel la section inclinée favorise la formation de BCA est utilisé ici (Fig.2a). Ce spécimen est placé dans un dispositif d'essai rapide par barres d'Hopkinson direct (Fig.2b) avec une vitesse de 23,7 m/s ; la barre impactrice a une longueur de 90mm. Les résultats expérimentaux et numériques pour le modèle **D** proviennent de [5]. La simulation numérique pour le modèle (1 -*D*) est montrée dans la suite.

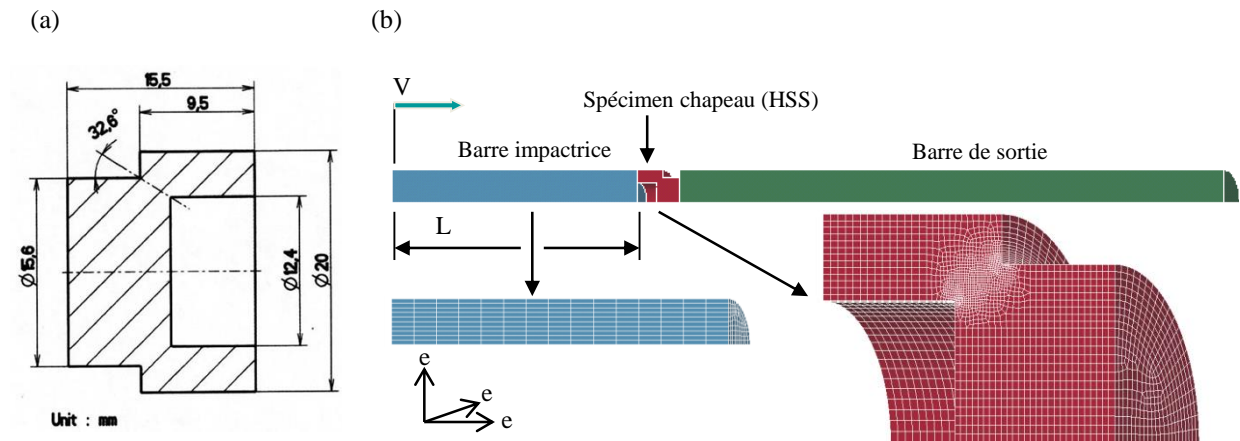


Figure 2 – (a) Eprouvette chapeau (b) Dispositif d'essai rapide par barres d'Hopkinson direct

Les résultats expérimentaux et numériques pour les deux modèles (1 -*D*) et **D** sont comparés en fonction de la carte de détérioration provoquée par le CA et l'histoire des contraintes transmises à la barre de sortie. Dans l'observation post-mortem de l'échantillon (Fig. 3 a), une BCA partiellement propagée est visible dans la section utile. Après comparaison avec la carte de détérioration du modèle (1 -*D*), Fig. 3 b, on constate que la carte montre une BCA numérique entièrement propagée le long de la section utile et donc ne ressemble pas à l'expérience. Le modèle **D** en revanche, montre un résultat proche de l'expérience, Fig. 3 c.

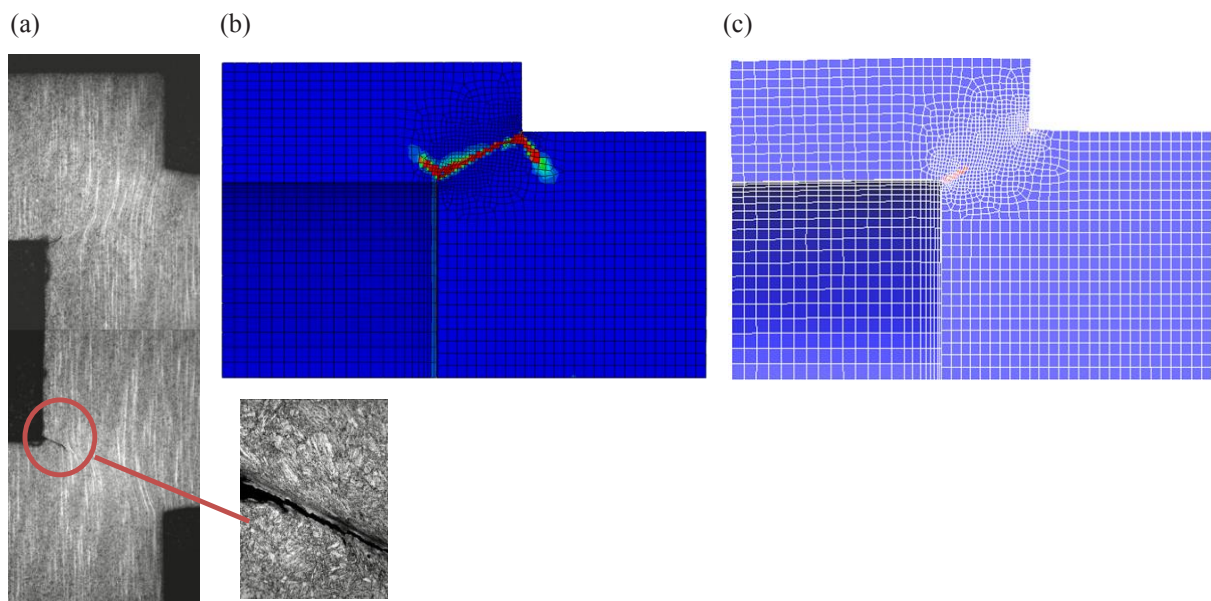


Figure 3 – (a) Echantillon post-mortem; (b) Carte de détérioration numérique du modèle (1-*D*) (Pas de temps = 8.2 μ s); (c) Carte de détérioration numérique du modèle **D** (Pas de temps = 150 μ s), d'après [5].

En outre, le temps mis par les modèles pour atteindre ces niveaux de dégradation doit être pris en compte. Le modèle (1 -D) prend $8\mu\text{s}$ tandis que le modèle **D** prend $150\mu\text{s}$. Ainsi, l'histoire des contraintes dans la barre de la sortie est également considérée (Fig.4). Le modèle (1 -D) présente une défaillance du matériau très prématurée, Fig.4 a, et le modèle **D** est en mesure de reproduire l'histoire des contraintes expérimentales, Fig.4 b.

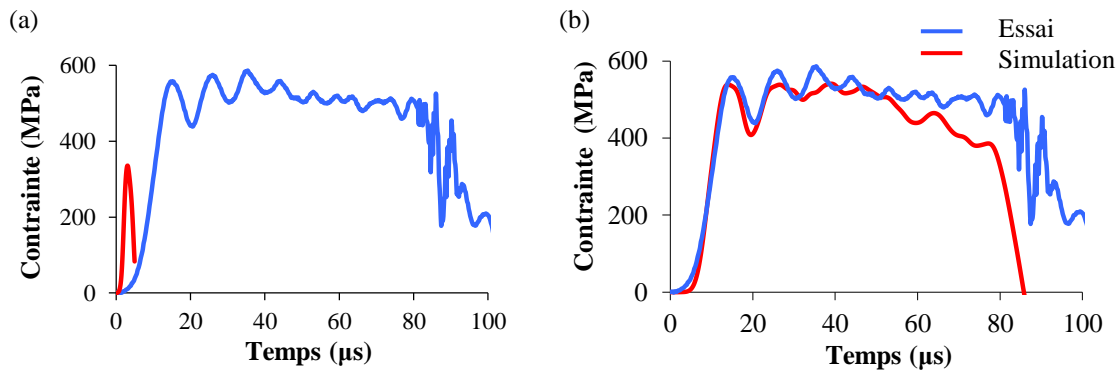


Figure 4 – (a),(b) Histories des contraintes expérimentales et numériques dans la barre de sortie pour les modèles (1-D) et **D**.

Afin de comprendre les résultats des modèles, l'évolution des variables d'endommagement des deux modèles est prélevée dans des éléments localisés dans la section utile, Fig.5. Le taux d'endommagement est très élevé et croissant pour le modèle (1 -D) par rapport au modèle **D**. La croissance du taux d'endommagement du modèle (1 -D) conduit à une défaillance prématurée du matériau.

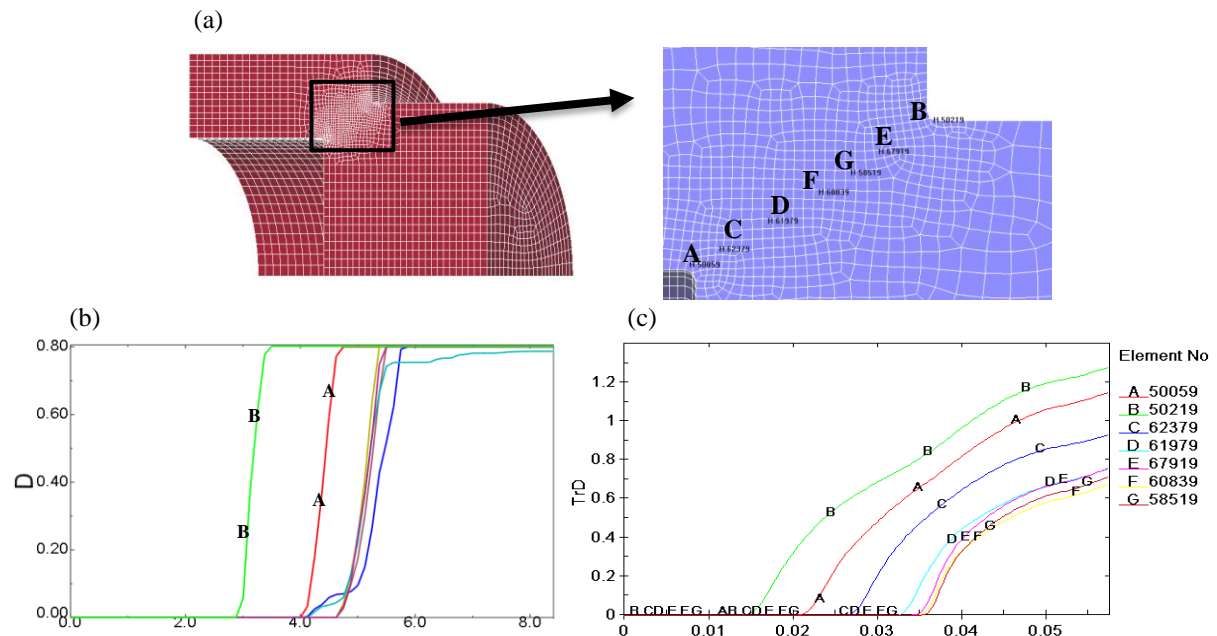


Figure 5 – (a) Eléments finis sélectionnés pour les courbes d'endommagement (b) Taux d'endommagement croissant pour le modèle (1-D) ; (c) Taux d'endommagement auto-contrôlé pour le modèle **D**.

Une autre simulation du modèle (1 - D) a été réalisée sur l'éprouvette chapeau, mais avec une cinétique d'endommagement ralentie en changeant la constante A . On peut ainsi trouver une valeur pour A telle que les résultats de simulation correspondent aux résultats expérimentaux. Lorsque cette nouvelle valeur de A est réutilisée dans la première étape d'étalonnage à l'échelle du RVE, l'adoucissement induit par BCA ne correspond plus avec les résultats de Marchand et de Duffy. En revanche, le modèle D satisfait la procédure complète d'étalonnage avec un seul jeu de constantes.

4. Conclusion

La formation et la propagation des BCA est un mécanisme complexe. Le modèle (1 - D) vise à décrire ce mécanisme à l'aide d'une simple variable scalaire d'endommagement isotrope. Il présente l'avantage d'être facilement applicable dans une approche ingénieur. Toutefois, ce modèle s'avère non prédictif dans la mesure où la constante d'endommagement doit varier en fonction de la structure et du chargement considérés. Il présente également un taux d'endommagement non contrôlé.

Le modèle D utilisant une variable tensorielle est en revanche prédictif et plus adapté à la description de la détérioration par BCA. En outre, il présente un effet de régularisation du taux d'endommagement. Ce modèle nécessite un enrichissement supplémentaire destiné à prendre en compte les micro-mécanismes d'endommagement qui s'opèrent dans le sillage du cisaillement adiabatique et conduisent à la rupture ultime.

References

- [1] M. Dolinski, D. Rittel, and A. Dorogoy, "Modeling adiabatic shear failure from energy considerations," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 58, no. 11, pp. 1759–1775, 2010.
- [2] P. Longère and A. Dragon, "Modelling adiabatic shear banding via damage mechanics approach," *Arch. Mech.*, vol. 55, no. 1, pp. 3–38, 2003.
- [3] H. L. Dorothy and P. Longère, "Modelling of high strain rate Adiabatic Shear Band induced failure : a comparison of two approaches," submitted in *Int. J. Impact Eng.*
- [4] A. Marchand and J. Duffy, "An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 36, no. 3, pp. 251–283, 1988.
- [5] P. Longère, A. Dragon, and X. Deprince, "Numerical Study of Impact Penetration Shearing Employing Finite Strain Viscoplasticity Model Incorporating Adiabatic Shear Banding," *ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, vol. 131, no. 1, pp. 011105.1–011105.14, 2009.