

Optimisation aérodynamique assistée par métamodèles POD multi-fidélité non-intrusifs

T. Benamara^{1,2,3}, P. Breilkopf¹, I. Lepot², C. Sainvitu²

¹ Laboratoire Roberval, Université Technologique de Compiègne, {tariq.benamara,piotr.breilkopf}@utc.fr

² Minamo Team, Cenaero ASBL, {tariq.benamara,caroline.sainvitu,ingrid.lepot}@cenaero.be

³ Safran Aero Engines, tariq.benamara@safrangroup.com

Résumé — Cet article présente une méthodologie d'optimisation basée sur des métamodèles d'ordre réduit fusionnant des champs solutions de calculs CFD à différents niveaux de précision. L'approche de modélisation est basée sur la POD contrainte (C-POD) permettant l'interpolation de données haute-fidélité précise mais très coûteuse et l'approximation de données basse-fidélité plus abondantes, mais plus grossières. Le couplage de cette méthode de substitution à une plateforme d'optimisation par algorithme génétique est présenté sur une application industrielle d'optimisation de compresseur basse-pression.

Mots clés — optimisation multi-fidélité, modèle de substitution, décomposition aux valeurs propres.

1 Introduction

Malgré l'amélioration constante et rapide des plateformes de calcul intensif, l'intégration de calculs haute-fidélité au sein d'une boucle d'optimisation automatisée constitue toujours un réel challenge pour les concepteurs de systèmes industriels de complexité croissante. L'optimisation assistée par modèles de substitution ayant constitué un axe de travail important durant les dernières décennies pour réduire le coût global des campagnes d'optimisation, leur seule utilisation n'est plus suffisante pour satisfaire des délais de conception de plus en plus courts.

Dans ce contexte, la métamodélisation multi-fidélité est une réponse intéressante permettant de garder une qualité du modèle de substitution suffisante à moindre frais [1]. Dans le même temps, les modèles d'ordre réduit tels que la Décomposition aux Valeurs Propres ont démontré une grande capacité à cibler les phénomènes impactant le plus les performances du système à concevoir. Leur capacité a notamment été démontrée lors d'optimisations aérodynamiques [2].

Dans cet article, nous proposons une extension multi-fidélité aux métamodèles par POD non-intrusive et leur intégration au sein d'une plateforme d'optimisation basée sur un algorithme génétique assisté par métamodèles. L'enrichissement des modèles réduits, à l'aide de clichés solutions calculés à un niveau de fidélité inférieur, est basée sur une ré-interprétation du concept de POD contrainte [3, 4]. L'apport par rapport aux métamodèles par POD non-intrusive multi-fidélité à l'état de l'art [5], est la "hiérarchisation" des bases basse- (BF) et haute-fidélité (HF) permise par C-POD.

2 POD non-intrusive multi-fidélité

Initialement utilisée en simulation des écoulements turbulents par Lumley en 1967 [6], la POD permet d'extraire les structures cohérentes d'un écoulement. Aussi connue sous le nom d'expansion de Karhunen-Loeve (KLE) ou Analyse en Composantes Principales (PCA), elle est souvent associée à la méthode des "snapshots" pour extraire via Décomposition en Valeurs Singulières la base de vecteurs orthogonaux optimale pour la représentation d'une matrice de clichés en grande dimension.

La C-POD a initialement été proposée pour assurer l'interpolation des grandeurs scalaires d'intérêt du problème malgré la troncature de la base POD usuellement réalisée sur base de la décroissance "énergétique" des valeurs propres de la POD. En effet, la troncature induit une erreur de reconstruction des

clichés d’entraînement se répercutant sur les valeurs scalaires pilotant l’optimisation. La C-POD permet de modifier les modes constituant la base POD pour assurer l’interpolation exacte des grandeurs d’intérêt aux points d’entraînement malgré l’erreur de reconstruction induite par troncature. Nous proposons de ré-interpréter cette idée pour permettre de déterminer les modes de représentation optimale d’un grand nombre de clichés basse-fidélité sous contrainte de reconstruction exacte d’un petit nombre de clichés haute-fidélité.

2.1 Extension de la base POD

On considère un espace de conception $\mathcal{D} \subset \mathbf{R}^p$, et deux solveurs simulant le problème physique d’intérêt à deux niveaux de fidélité distincts. Soient M_H et M_L le nombre de simulations composant deux plans d’expériences haute- (HF) et basse-fidélité (BF) de l’espace de conception. Ces deux plans d’expériences sont liés à des solutions en grande dimension \mathbf{y} et $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^n$ respectivement obtenus via les solveurs HF et BF. Les coûts CPU associés au solveur HF étant un à plusieurs ordres de grandeur au dessus de ceux associés au solveur BF, on suppose également le cas $M_H \ll M_L \ll n$.

Considérant le faible nombre de clichés HF pour estimer correctement la base optimale de représentation de l’espace de sortie HF, nous proposons d’enrichir les modes HF à l’aide de modes BF déterminés à partir d’un grand nombre d’appels au solveur BF.

Soient \mathbf{Y} et \mathbf{Z} deux matrices de snapshots contenant l’ensemble des snapshots issus des deux plans d’expériences Θ_H et Θ_L tels que $\Theta_H \subset \Theta_L$. On commence par décomposer la matrices de snapshots HF via l’algorithme de décomposition QR (Eq. 1), permettant d’obtenir l’ensemble des vecteurs orthogonaux représentant l’image de \mathbf{Y} ainsi que son complémentaire orthogonal.

$$[\mathbf{Y}] = [\mathbf{Q}_1 \mid \mathbf{Q}_2] [\mathbf{R}]. \quad (1)$$

On cherche ensuite, dans le complémentaire orthogonal \mathbf{Q}_2 , la base optimale de représentation de l’ensemble des snapshots basse-fidélité. Pour cela on projette l’ensemble des solutions basse-fidélité dans l’espace orthogonal à \mathbf{Q}_1 ,

$$\mathbf{U} = \mathbf{Q}_2^\top (\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_1^\top) \mathbf{Z}, \quad (2)$$

puis on cherche la base optimale Ξ de représentation de \mathbf{U} par POD. La concatenation des bases \mathbf{Q}_1 et Ξ donne la base multi-fidélité “hiérarchisée”

$$\Psi = [\mathbf{Q}_1 \mid \Xi]. \quad (3)$$

Une fois la base de réduction enrichie par l’information abondante issue des simulations basse-fidélité, la construction de métamodèles associant tout point dans l’espace de conception à un point dans l’espace défini par la base Ψ est détaillé dans la section suivante.

2.2 Construction des modèles de coefficients

Chaque snapshot haute-fidélité est projeté sur la base multi-fidélité Ψ et les vecteurs de coefficients constituent une base de données liant l’espace de conception \mathcal{D} à l’espace réduit défini par $\text{Im } \Psi$. Cette opération est répétée avec les snapshots basse-fidélité donnant accès à deux bases de données utilisées pour l’entraînement de métamodèles multi-fidélité scalaires de type co-Kriging ou correctifs. Ces métamodèles imposent l’emboîtement des plans d’expériences basse- et haute-fidélité ($\Theta_H \subset \Theta_L$).

Un métamodèle scalaire multi-fidélité est construit pour chaque dimension du vecteur des coefficients de projection α . L’évaluation d’un nouveau point dans l’espace de conception \mathcal{D} peut être réalisée, soit par interrogation d’un des solveurs basse- ou haute-fidélité, soit par prédiction du vecteur de coefficients de projection $\tilde{\alpha}$ à l’aide des métamodèles scalaire précédemment entraînés, et sa projection dans l’espace réduit Ψ ,

$$\tilde{\mathbf{y}}(\theta) = \Psi \tilde{\alpha}(\theta). \quad (4)$$

3 Optimisation d'un compresseur basse-pression assistée par POD multi-fidélité non-intrusive

3.1 Application et comparaison des niveaux de fidélité

Le cas présenté concerne l'optimisation d'une pale de rotor (R_1 en Figure 2) de compresseur basse-pression ainsi que de sa plateforme. L'étude proposée s'inspire d'une optimisation mono-fidélité assistée par métamodèles par réseaux de fonctions à bases radiales (RBFN), de l'empilement axial du rotor simultané à la déformation non axi-symétrique de la plateforme de pied de pale [7]. L'espace paramétrique ainsi considéré contient 2 paramètres de modification de l'empilement axial de la pale et 17 paramètres de déformation de plateforme illustrés en Figure 1.

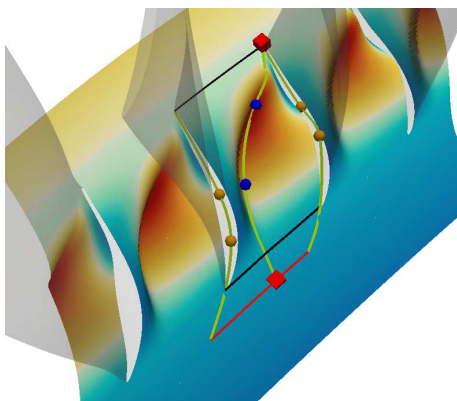


FIGURE 1 – paramètres de déformation non axi-symétrique de plateforme et élévation adimensionnée

Deux niveaux de fidélité sont considérés pour simuler l'écoulement dans la veine traversant 1.5 étage du compresseur basse-pression en étude (Figure 2). L'ensemble des calculs haute- et basse-fidélité sont réalisés à l'aide du solveur RANS d'*elsA* [8] et du modèle de turbulence $k - \epsilon$ de Launder et Sharma [9] sans loi de paroi.

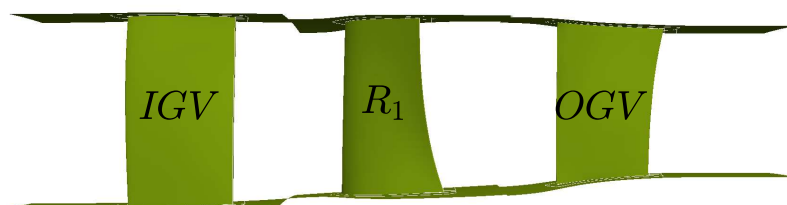


FIGURE 2 – Vue méridienne du domaine de calcul

Les calculs haute-fidélité sont réalisés sur maillages fins alors que leurs homologues basse-fidélité sont réalisés sur maillages grossiers issus du déraffinement isotrope (une cellule sur deux dans toutes les directions) du maillage fin (Table 1).

TABLE 1 – Finesse des maillages et coût CPU

	Mesh size [cells]			CPU	
	IGV	R_1	OGV	accélération multigrille	coût [h]
BF	183,872	199,616	183,872	non	6
HF	1,470,976	1,596,928	1,470,976	cycle V 2-niveaux	60

3.2 Comparaison de la prédictivité de différents modèles de substitution

Dans le cas présenté, les métamodèles proposés révèlent une bonne prédictivité à faible coût d'entraînement comme le montrent les résultats en table 2. On y voit clairement qu'un métamodèle par POD non-intrusive mono-fidélité à coût équivalent est sensiblement moins prédictif que son homologue multi-fidélité. Ceci est du au fait que peu de points haute-fidélité sont répartis dans l'espace de conception dans le premier cas alors que le ratio de coût de calcul entre basse- et haute-fidélité permet d'échantillonner plus densément l'espace à l'aide de la basse-fidélité. On voit également que le co-Kriging (dernière ligne) est moins prédictif pour les petites tailles de plans d'expériences et devient un très bon estimateur au fur et à mesure que les plans d'expériences grossissent. Ceci est du au fait que la fonction de vraisemblance utilisée dans l'optimisation des hyper-paramètres du co-Kriging a besoin d'un certain nombre de points dans l'espace de conception pour être bien corrélée à la physique sous-jacente.

TABLE 2 – Correlations r_{η}^k entre rendement isentropique calculé et prédit sur base de validation externe

k	nombre de snapshots d'entraînement (M_H, M_L)					
	(19, 95)		(38, 190)		(38, 380)	
	\bar{r}_{η}	$\sigma_{r_{\eta}}$	\bar{r}_{η}	$\sigma_{r_{\eta}}$	\bar{r}_{η}	$\sigma_{r_{\eta}}$
$\Phi\tilde{\alpha}$	0.178	1.6×10^{-1}	0.250	1.1×10^{-1}	0.260	1.1×10^{-1}
$\Psi\tilde{\alpha}$	0.3553	10.0×10^{-3}	0.392	1.6×10^{-3}	0.482	2.9×10^{-4}
$\tilde{\eta}^{RBF}$	0.176	1.6×10^{-1}	0.244	1.1×10^{-1}	0.253	1.2×10^{-1}
$\tilde{\eta}^{CoK}$	0.196	1.7×10^{-1}	0.288	1.4×10^{-1}	0.563	9.8×10^{-4}

On peut également comparer la modélisation des champs physiques à l'aide des métamodèles par POD non-intrusive mono- et multi-fidélité. On peut observer en Figure 3 que le tourbillon de pied d'aube (marques A et C) est très mal capturé par le modèle POD non-intrusive mono-fidélité alors que son homologue multi-fidélité permet la capture de ce phénomène d'influence non négligeable sur les performances du compresseur.

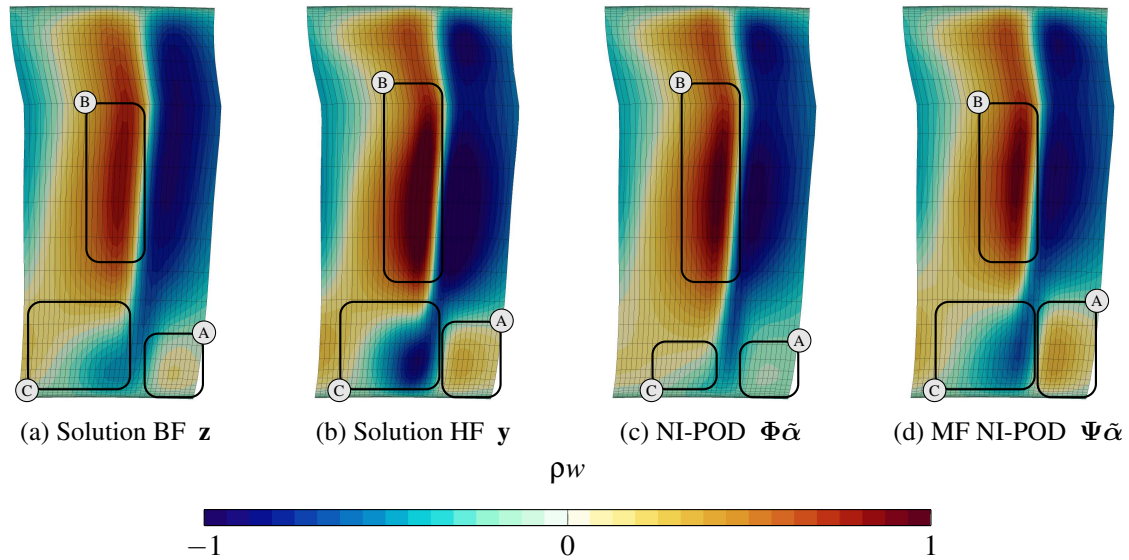


FIGURE 3 – Comparaison des distributions de ρw dans le plan de sortie de rotor pour une expérience de validation

Après présentation succincte de la méthode de construction proposée, l'attention sera plus précisément portée sur les résultats obtenus en phase d'optimisation du compresseur basse-pression ici introduit. Une étude comparative avec des optimisations assistées par métamodèles RBFN sera notamment présentée.

Références

- [1] A.J. Keane, P.B. Nair. *Computational Approaches for Aerospace Design : The Pursuit of Excellence*, John Wiley & Sons, 2005.
- [2] R. Filomeno Coelho, P. Breitskopf, C. Knopf-Lenoir. *Model reduction for multidisciplinary optimization - application to a 2D wing*, Structural and Multidisciplinary Optimization, Springer-Verlag, 29-48, 2008.
- [3] M. Xiao, P. Breitskopf, R. Filomeno Coelho, C. Knopf-Lenoir, M. Sidorkiewicz, P. Villon. *Model reduction by CPOD and Kriging*, Structural and Multidisciplinary Optimization, Springer-Verlag, 555-574, 2010.
- [4] M. Xiao, P. Breitskopf, R. Filomeno Coelho, C. Knopf-Lenoir, P. Villon, W. Zhang. *Constrained Proper Orthogonal Decomposition based on QR-factorization for aerodynamical shape optimization*, Applied Mathematics and Computation, Elsevier BV, 254-263, 2013.
- [5] M.J. Mifsud, D.G. MacManus, S.T. Shaw,. *A variable-fidelity aerodynamic model using proper orthogonal decomposition*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, John Wiley & Sons, 2016.
- [6] J.L. Lumley. *The structure of inhomogeneous turbulent flows*, Nauka, 1967.
- [7] I. Lepot, T. Mengistu, S. Hiernaux, O. De Vriendt. *Highly loaded LPC blade and non axisymmetric hub profiling optimization for enhanced efficiency and stability*, ASME Turbo Expo 2011 : Turbine Technical Conference and Exposition, 285-295, 2011.
- [8] L. Cambier, S. Heib, S. Plot. *The Onera elsA CFD software : input from research and feedback from industry*, Mechanics & Industry, EDP Sciences, 159-174, 2013.
- [9] B.E. Launder, B.I. Sharma. *Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc*, Letters in Heat and Mass Transfer, Elsevier, 131-137, 1974.